

國小數學 6下 講義 暨 國一先修教材

A本

概念是需要思考的--改變的開始
連接概念與解決問題--認識世界的數學

2024年前各版本適用

領先4先行

- 1.2030雙語國家試行
- 2.108課綱素養先行
- 3.概念延伸強化
- 4.小六升國一全範圍預備用書



呆踹文化

版權所有，翻印必究

編者的話

小學六年的學習即將進入了尾聲，接著有著漫長的暑假。接下來的六年，將是人生中緊鑼密鼓的一次學習轟炸，很多人在求學路上摔跤了、跌倒了，或是現在就已經停下來了，希望透過本書，幫助讀者培育更扎實的基本功，將來面對更困難的挑戰時，可以預先做好準備。

本書共分為兩部分，第 0 章至第 7 章為六下課程範疇，眾章節皆有收錄，沒有版本之分，讀者也可以配合學校使用。而第 8 章至第 16 章為銜接國中課程之預備教材，本書抽取出將來國一課程常見學生學習困難章節，以概念導向先將其課程預習一遍。108 課綱之後，自主學習是學生未來的學習趨勢，本書同樣針對讀者未來所需，以強化學習心態為目標，編排了一套系統性的練習，希望讀者更適應未來的學習環境。

學習是永無止盡、循序漸進的，希望讀者使用本書時，以定時、定量，持續的方式精進，勿在段考將至、開學在即，才翻開本書。

本書特別陳列的第 10 章，針對學習上常見的困難，給了相對應的建議。困難、挫折、倦怠是我們學習常有的問題，翻開此書的讀者有靜不下心的問題，可以依照第 10 章的指引後，再進行學習。

也建議即將小學畢業的各位讀者，能夠學好的概念，不要等到國中後再次學習。數學的學習也不是只有解題目，數學也不是一張高分的考卷就是真的學會了。但透過數學的學習，可以使你修養身心，將每一件事做得更好。

最後，祝福各位學習路途上，收穫滿滿！

目次

第 0 章 預備課程

- a. 分數的加減乘除p1
- b. 小數的加減乘除p6
- c. 正方形、長方形、三角形、平行四邊形、梯形、菱形、箏形的面積 ...p9
- d. 因數倍數、單數最大公因數p17
- e. 比與比例、簡單幾分之幾p22
- f. 推理與應用問題p29

第 1 章 分數、小數的四則運算

- a. 連續多項分數、小數計算p39
- b. 分數與小數間的轉換p41
- c. 括號、去括號p44
- d. 混合四則運算p46
- e. 應用問題p52

第 2 章 柱體的體積

- a. 面與柱p58
- b. 角柱的表面積與體積p64
- c. 圓柱的表面積與體積p66
- d. 柱體展開圖p68
- e. 複合柱體的表面積與體積p70

第 3 章 速率

- a. 時間與距離的單位轉換p77
- b. 速率與平均速率p79

c. 速率的應用、反求	p84
d. 速率的單位轉換	p86
e. 到達時間(流水、追趕問題請參怎樣解題單元)	p88

第4章 基準量與比較量

a. 倍數關係	p96
b. 基準量和比較量	p97
c. 倍數關係的應用:百分比、成、折數	p101
d. 成本、定價、售價、利潤、利息	p104
e. 應用問題	p107

第5章 比例尺

a. 圖的縮小與放大	p116
b. 比例尺	p118
c. 地圖中的比例尺	p120
d. 應用問題	p122
e. 比例尺的選用	p124

第6章 統計圖表

a. 長條圖	p134
b. 折線圖	p137
c. 圓形圖	p140
d. 圖與表的轉換	p144
e. 圖表還原判讀	p147

第7章 怎樣解題

a. 規律:間隔問題、圖形規則	p162
-----------------	------

b. 列舉:雞兔問題	p168
c. 速率:流水、追趕	p171
d. 數線:年齡	p175
e. 平均:平均計算與推理	p180

教育版授權、請勿商業用途

第0章 預備課程

a. 分數的加減乘除

分數(分數的意義、真分數、假分數、帶分數、擴分、約分、最簡分數)

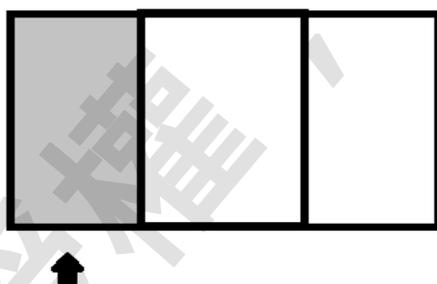
◎分數的意義

分數(fraction)，源於拉丁語，是指一個全體，破碎、片段、不連續的意思。

我們將一物，**等分**分成數分，表達這些**數分**的一種表示法。

如圖(一)若將一長方形**等分**切成三塊，則稱灰色部分是整個長方形的 $\frac{1}{3}$ 。

也可以說，有三個人想**均分**這個長方形，灰色部分是一個人可以分得到的。 ※分數表示唯一限制，分母不得為0。



圖一

那如圖(一)的白色部分，可以表示成 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{\text{部分}}{\text{全體}}$ 則稱那**部分**是**全體**的幾分之幾。

◎真分數(proper fraction)，分數的表示式中，如果分子(numerator)比分母(denominator)小，則稱此類分數為真分數。

例如： $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{2}{10}$ 。

其中分子為零的特殊情形，稱此類分數為零分數。例如： $\frac{0}{3}$ 。

◎假分數(improper fraction)，分數的表示式中，如果分子比分母大，或是分子和分母一樣，則稱此類分數為假分數。

例如： $\frac{3}{2}$ 、 $\frac{10}{3}$ 、 $\frac{6}{3}$ 、 $\frac{12}{5}$ 、 $\frac{10}{10}$ 。

◎帶分數(mixed fraction)，分數的表示式中，帶有一個整數的**真分數**，稱其帶分數。

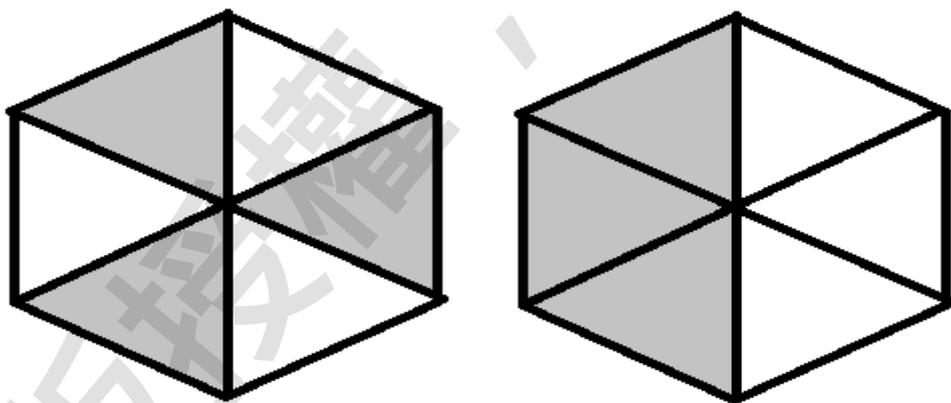
例如： $1\frac{1}{2}$ 、 $3\frac{1}{3}$ 、 $1\frac{2}{3}$ 、 $2\frac{2}{5}$ 、 $1\frac{1}{10}$ 。

※注意： $2\frac{3}{2}$ 不是帶分數的表示方式。

◎擴分，分數中為了計算等用途，將分母與分子同時乘上非零的數，使分母與分子變大且和原來分數相等的，這個動作稱擴分。

例如： $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$ ，例如： $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ 。

如圖(二)，灰色面積占整個圖形的 $\frac{3}{6}$ ，我們將右邊的三角形移動到左邊空白處，是不是就變成了整個圖的 $\frac{1}{2}$ 。



圖二

◎約分(reducible)，將分數分母和分子同時除以非零數，分數中的數變小且和原來分數相等的動作，稱約分。

例如： $\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$ ，例如： $\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$ 。

◎最簡分數(irreducible fraction)，分數通過約分等動作，使最後分子和分母已經無法再約分，稱此類分數最簡分數。

換句話說，分子和分母除了 1 以外，沒有其他數可以同時整除它們。例如： $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{3}{14}$ 。

◎分數的加減法

分數在做加減運算時，分母必須要一樣，我們稱此步驟作通分。

◎通分(equivalent)，在上學期學習最小公倍數後，我們之前是將兩分數的分母互乘，現在修正為讓分母通分成兩個分數的最小公倍數。

$$\text{例如: } \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1 \times 10}{5 \times 10} + \frac{1 \times 5}{10 \times 5} = \frac{10+5}{50} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

我們將分母 5 和 10 分別乘了 10 和 5，讓分母都變成了 50。

在上學期學了最小公倍數後。

$$\text{修正後: } \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

則 5 和 10 的最小公倍數為 10，所以通分只需要都一起變成 10 就好。

$$\text{例如: } \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\text{例如: } 2\frac{3}{10} + \frac{3}{4} = 2\frac{6}{20} + \frac{15}{20} = 2\frac{21}{20} = 3\frac{1}{20}$$

而分數的減法也是，通分最小公倍數可以一定幅度加速計算。

$$\text{例如: } 2\frac{3}{10} - \frac{3}{4} = 2\frac{6}{20} - \frac{15}{20} = 1\frac{26}{20} - \frac{15}{20} = 3\frac{9}{20}$$

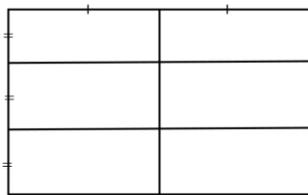
◎分數的乘法

將分數化成兩真分數、假分數的狀態，以分子和分子相乘，分母

和分母相乘，即 $\frac{乙}{甲} \times \frac{丁}{丙} = \frac{乙 \times 丁}{甲 \times 丙}$ 。

分數和整數是很好理解的，但是兩個分數相乘究竟是什麼意思呢？

以 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ 為例子來看，如下圖，我們將一張白紙，長等分成二等分、寬等分成三等分。



而 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ 表示六等分中的一分。

◎分數的除法

分數的除法，和做乘法一樣，需要都化為真、假分數的型態，再

去相除，即 $\frac{乙}{甲} \div \frac{丁}{丙} = \frac{乙 \div 丁}{甲 \div 丙}$ 。計算上會顯得複雜易錯，於是改良

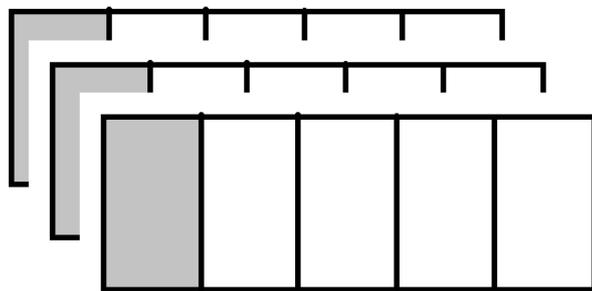
了之前分數的除法，即 $\frac{乙}{甲} \div \frac{丁}{丙} = \frac{乙}{甲} \times \frac{丙}{丁} = \frac{乙 \times 丙}{甲 \times 丁}$ 。

例如：原來 $\frac{1}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{1 \div 3}{3 \div 5} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{5}}$ ，但是用新的方法，將「 \div 」後的分

數，分子與分母顛倒了過來，「 \div 」也改成「 \times 」。

則上述例子變為， $\frac{1}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{9}$ ，既快速又不容易出錯。

我們再回頭檢視一次分數的意義，不禁想問，什麼是 $\frac{3}{5}$ ？以前我們回答「3 除以 5」、「三個東西被五個人均分」。以圖(三)所見，我們將三張紙張，垂直等分切成五等分，灰色部分是 $\frac{3}{5}$ 。一個東西被五個人平分，一個人可以拿到 $\frac{1}{5}$ 個東西，今天有三個東西來均分，我們可看成 $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ ，分數的細部概念，可以多思考與複習。



圖三

小試身手:

是非題

- () 1. $\frac{3}{13}$ 、 $\frac{5}{39}$ 、 $\frac{8}{124}$ 、 $\frac{9}{11}$ ，都是最簡分數。
- () 2. 「有一個蛋糕，媽媽說給我和弟弟和妹妹三個人平分」，故三人可以分到 $\frac{1}{3}$ 個蛋糕。
- () 3. $40\frac{1}{5}$ 公斤的麵粉，用 $\frac{3}{5}$ 公斤的小袋子分裝，要 66 個袋子才可全部裝滿。
- () 4. 老師說桌上有 96 罐飲料，全部的 $\frac{1}{4}$ 要留起來運動會用，剩下的現在全班 24 人平分，則每個人現在可拿到 3 罐飲料。
- () 5. 「 $\frac{1}{3} \div \frac{3}{5} > \frac{4}{7} \times \frac{18}{5} > \frac{7}{5}$ 」，請問小菁計算結果是否正確。

填充

1. $\frac{6}{25} + \frac{21}{5} = (\quad)$ (請化簡為帶分數之最簡分數)
2. $3\frac{2}{7} - \frac{11}{4} = (\quad)$ (請化簡為最簡分數)
3. $6\frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = (\quad)$ (請化簡為假分數之最簡分數)
4. $5\frac{1}{7} \div \frac{9}{7} = (\quad)$ (請化簡為最簡分數)
5. $12 - \frac{2}{5} = (\quad)$ (請化簡為帶分數之最簡分數)
6. $11 \times \frac{11}{8} = (\quad)$ (請化簡為真分數之最簡分數)
7. $28 \div 3\frac{1}{2} = (\quad)$ (請化簡為最簡分數)
8. $(\quad) + \frac{21}{5} = 5\frac{2}{5}$ (請化簡為帶分數之最簡分數)
9. $(\quad) - \frac{17}{6} = 10\frac{11}{12}$ (請化簡為帶分數之最簡分數)

10. () $\times \frac{2}{3} = 9\frac{5}{6}$ (請化簡為帶分數之最簡分數)

題組

11. 爸爸從家裡出發到奶奶家，共花了 $\frac{15}{4}$ 個小時，在奶奶家待了

20 分鐘，接著再去大伯家，又花了 $\frac{12}{5}$ 小時。

(1) $\frac{15}{4}$ 個小時相當於是幾個小時幾分鐘？

(2) 爸爸從家裡出發到最後到大伯家，共花了幾小時？

(3) 若爸爸早上 9 點從家裡出發，最後到達大伯家是幾點幾分？

12. 一條長 40 公尺長的繩子，每 $2\frac{2}{5}$ 公尺剪成一段，最多共可剪

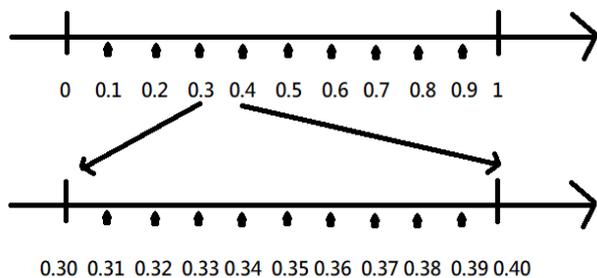
幾段？還剩下幾公尺？

b. 小數的加減乘除

小數(decimal)，源於拉丁語十分之一的意思。我們在描述一物等分成數等分，便有了分數概念。以前的人發現我們在分數的計算上有著困難，不如大家用一樣的等分法，小數的概念漸漸形成。

我們統一以 10 等分來等分，如圖(四)所示，我們將數的表示以 10 的進位重新表示。以「點」來區隔，小數點以右依序是十分數、百分位…，小數點以左分別為各位數、十位數…，如圖(五)我們讀作「三十五點一十二」或「三五點一二」。

(英文念作:thirty-five point one two)



圖四

3	5 .	1	2
十位數	個位數	十分位數	百分位數

圖五

小數的直式計算和整數的計算方式是雷同的，以小數點對齊後，分別計算，如圖(六)圖(七)所示。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 \overset{1}{4}8.\overset{1}{2}4 \\
 + 30.79 \\
 \hline
 79.03
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overset{7}{4}8.\overset{11}{2}4 \\
 - 30.79 \\
 \hline
 17.45
 \end{array}
 \end{array}$$

圖六

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 28.01 \\
 \times 3.1 \\
 \hline
 2801 \\
 8403 \\
 \hline
 86.831
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 9.1 \\
 3.10 \overline{) 28.21} \\
 \underline{2790} \\
 310 \\
 \underline{310} \\
 0
 \end{array}
 \end{array}$$

圖七

小試身手：

是非題

- () 1. 在 0 和 1 的數線上，0.1 比 0.01 更靠近 0。
- () 2. 在 12 和 13 的數線上，12.851 比 12.85 更靠近 13。
- () 3. 將 $12.45 \div 1.2$ ，會得到商 10.372。
- () 4. $\frac{325}{1000}$ 用小數記作 0.00325。
- () 5. 甲數是 3.88972、乙數是 3.281902、丙數是 8.41215，
丙數比甲乙兩數相加還多 1.250528。

- () 6. 一個蛋糕需要 0.125 公斤的麵粉，小光想要做給全班 24 位同學一人一個蛋糕，她至少需要準備 3 公斤的麵粉。

填充

1. 3 個 100、26 個 10、13 個 1、9 個 0.1、42 個 0.01、6 個 0.001、14 個 0.0001 合起來是()。
2. $0.045678 + 0.9032511 =$ ()。
3. $10.625 \times 0.9 =$ ()。
4. $26.4005 \div 1.25 =$ ()。
5. () $+ 1.245 = 3.2$ 。
6. () $\times 2.2 = 5.445$ 。
7. () $- 2.0201 = 11.40975$ 。
8. () $\div 3.01 = 4.75$ 。
9. 阿金煮了 100 公升的紅茶，保留了 2.8 公升，剩下以每 0.6 公升裝成一杯，共可以裝()杯。
10. A 牌衛生紙 7000 張 520 元，B 牌則是 6200 張 480 元，則選擇()牌衛生紙比較便宜。

題組

11. 桌上有四張卡片，分別是寫著 0.4、4、0.04、40。
- (1) 選出兩張卡，相乘起來最小的，該選哪兩張卡?()
- (2) 若要選出兩張卡，是相除起來最小的，該選哪兩張卡，又該誰除誰?() \div ()

12. 大銘想量牆上的畫的長度，他拿出 30 公分的長尺，他因為空間問題無法以 0 對齊後測量，只知道將尺平放畫作後，一邊在 3.2 的位置，一邊在 27.3 的位置。

(1) 則畫的長度為何? () 公分。

(2) 若有一長 50 公尺的牆，不用考慮間隔距離，共可懸掛幾幅同樣大小的畫? () 幅。

c. 正方形、長方形、三角形、平行四邊形、梯形、菱形、箏形及圓形的面積
認識常見的多邊形。

正方形 square	<ol style="list-style-type: none"> 1. 四邊形中，四邊等長，且四個角都是直角 (90-degree angles)(right angle) 2. 所有對邊平行 3. 正方形兩對角線必垂直 4. 正方形是平行四邊形的一種 5. 內角和為 360 度 6. 共有四條對稱軸
長方形 rectangle	<ol style="list-style-type: none"> 1. 又稱矩形 2. 四邊形(quadrilateral)中，對邊等長，且四個角都是直角 3. 長方形是特殊的平行四邊形 4. 正方形是矩形的一種 5. 內角和為 360 度 6. 共有二條對稱軸
三角形 triangle	<ol style="list-style-type: none"> 1. 幾何圖形中，最小的三邊形 2. 滿足任兩邊之和大於第三邊，任兩邊之差小於第三邊

	<ol style="list-style-type: none"> 3.滿足三邊等長或每個內角全為 60 度，稱正三角形 4.滿足三個內角皆小於 90 度，稱銳角三角形，正三角形也是銳角三角形 5.滿足三個角中有一個角是 90 度，稱直角三角形 6.滿足三個角中有一個角大於 90 度，稱鈍角三角形 7.滿足兩個角角度一樣或是有兩邊等長，稱等腰三角形，正三角形也算是等腰三角形 8.滿足等腰三角形又滿足直角三角形，合稱等腰直角三角形 9.三角形內角和 180 度 10.正三角形有三條對稱軸 等腰、等腰直角三角形有一條對稱軸 一般直角三角形為零條對稱軸
<p>平行四邊形 parallelogram</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1.有兩組相互平行(parallel)且等長的四邊形(即四邊形底邊和頂邊平行又等長，左右鄰邊互相平行且相等) 2.對角相等(斜對角的兩個角度會一樣) 3.矩形/菱形/正方形都是特殊的平行四邊形 4.平行四邊形內角和 360 度 5.兩對角線將其分成四個三角形，其面積都相等 6.平行四邊形為零條對稱軸，除非是特殊的平行四邊形

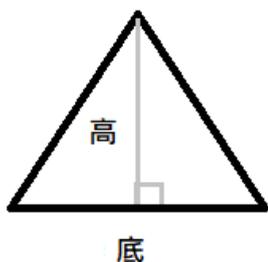
<p>梯形 trapezoid</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1.一組對邊平行稱梯形(即四邊形底邊和頂邊平行)，分別稱上底和下底，其之間的距離為高。 2.若梯形兩腰邊等長，則稱等腰梯形 3.若梯形有一個底角是 90 度，稱直角梯形 4.梯形內角和 360 度 5.梯形為非對稱圖形，除特殊梯形(等腰梯形有一條對稱軸)
<p>菱形 rhombus</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1.四邊形中，四邊相等稱菱形。 2.菱形對角線(相對頂點的連線稱對角線)互相垂直，而且互相平分(兩對角線會產生一交點，交點到兩頂點相互等長) 3.平行四邊形不一定是菱形，菱形是特殊的平行四邊形 4.菱形內角和 360 度 5.除特殊菱形外，菱形有兩條對稱軸
<p>鳶形(箏形) kite</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1.又稱鸛形，四邊形中，兩組鄰邊等長，對角線互相垂直，且有一條對角線平分另一條對角線 2.菱形是一種特殊的鳶形 3.鳶形內角和 360 度 4.除特殊鳶形外，鳶形有一條對稱軸
<p>圓形 circle</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1.平面中，以一固定點作圓心(centre) / (center)，圓心到另一固定距離稱半徑 (radius)，圓心到平面上所有的半徑的軌跡稱為圓 2.圓上兩點，通過圓心的直線，稱直徑

	<p>3.兩半徑圍成的角稱圓心角，其圍成線段稱弧，所圍成的圖形稱扇形(circular sector)</p> <p>4.圓周 360 度，圓中沒有角，指一半徑以順/逆時針轉了一圈共 360 度</p> <p>5.圓周長= 半徑 $\times 2 \times$ 圓周率(3.14)</p> <p>圓弧長= 半徑 $\times 2 \times$ 圓周率(3.14) $\times \frac{\text{夾角}^\circ}{360^\circ}$</p> <p>扇形周長= 圓弧長 + 半徑 $\times 2$</p> <p>6.圓形有無限多條對稱軸</p>
--	---

註:周長，平面上在封閉圖形的邊上取一點，以順時針或者是逆時針繞該平面的邊一圈，稱「周」，其長度稱周長，即周長是描述封閉邊界大小的詞。其中，立體圖形的邊界大小是不以周長描述，而會使用表面積來表示。

◎常見的多邊形面積(area)





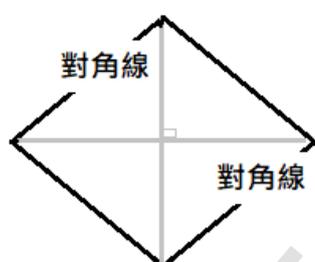
$$\text{三角形面積} = \text{底} \times \text{高} \div 2$$



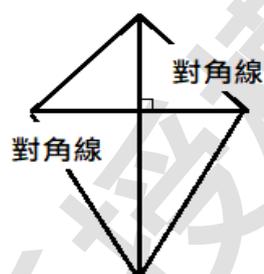
$$\text{平行四邊形面積} = \text{底} \times \text{高}$$



$$\text{梯形面積} = \text{底} \times \text{高} \div 2$$



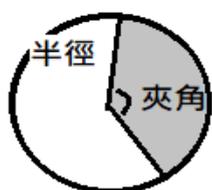
$$\text{菱形面積} = \text{對角線} \times \text{對角線} \div 2$$



$$\text{箏形(鳶形) 面積} = \text{對角線} \times \text{對角線} \div 2$$



$$\text{圓形面積} = \text{半徑} \times \text{半徑} \times \text{圓周率}(3.14)$$



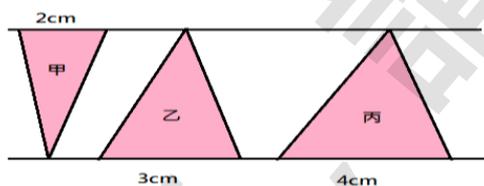
$$\text{扇形面積} = \text{半徑} \times \text{半徑} \times \text{圓周率}(3.14) \times \frac{\text{角度}^{\circ}}{360^{\circ}}$$

圖八

小試身手：

是非題

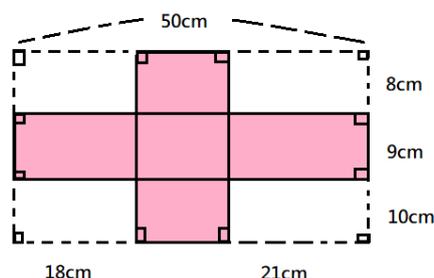
- () 1. 有個三角形，其中兩個內角是 34° 、 55° ，則它必是鈍角三角形。
- () 2. 平行四邊形是菱形的一種，正方形是矩形的一種。
- () 3. 一個半徑為 3.215 公分圓形，若圓周率以 3 計算，它的圓周是 9.645 公分。
- () 4. 若有一個梯形，上底為 5 公尺，下底為 7 公尺，面積是 15 平方公尺，則它的高必是 2.5 公尺。
- () 5. 如圖，二平行線中的三角形，因為無法確定三角形的高，所以不能確定甲、乙、丙之間大小關係。



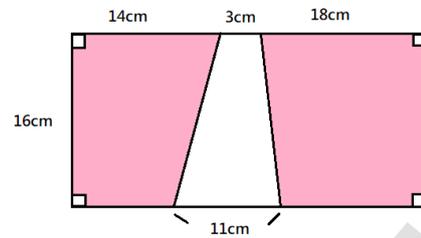
- () 6. 梯形不會因為「上、下底」的交換，而有不同長度的高。
- () 7. 有一三角形底為 15 公分，高 20 公分。若維持高不變的情況下，想要面積變為原來 3 倍，則底也要增加 3 倍。
- () 8. 有一鳶形，二對角線分別是 5、8，它的面積為 20 平方單位。

填充

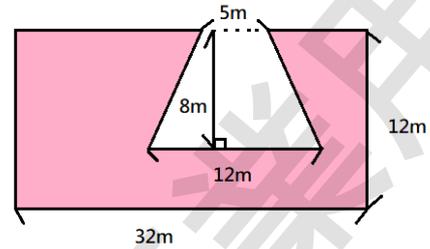
1. 如圖，上色面積為()平方公分。



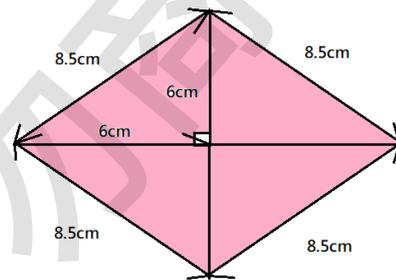
2.如圖，上色面積爲()平方公分。



3.如圖，上色面積爲()平方公分。



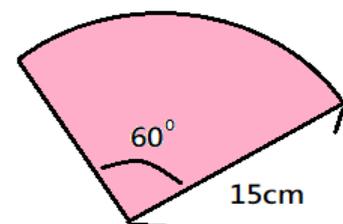
4.如圖，上色面積爲()平方公分。



5.有甲、乙兩個高相等的梯形，甲梯形的上底和下底分別都是乙梯形的兩倍，則甲的面積是乙的()倍。

6.有一個大圓，直徑長 24 公分。有一個小圓，半徑是 6 公分。
則兩圓面積相差()平方公分。(圓周率請以 3.1 計算)

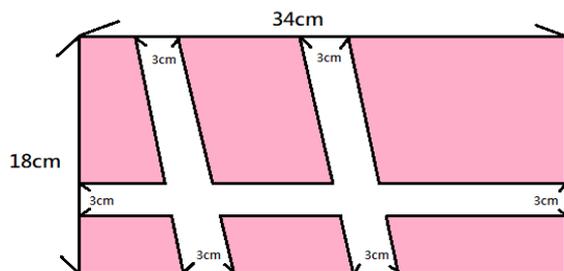
7.如圖，扇形的周長是()公分，
面積是()平方公分。
(圓周率請以 3 計算)



8.圓周長 75.36 公分的圓，半徑是()公分。(圓周率請以 3.14 計算)

9.有一個底是 12 公分，高 9 公分的三角形，面積和一個底是 6 公分，高是()公分的平行四邊形面積一樣大。

10.如圖，上色面積為()平方公分。



題組

11.小珍蒐集了竹棒有 3 公分、5 公分、7 公分、9 公分、12 公分各一枝。

(1)若拿 3 公分、5 公分、7 公分三根竹棒，是否可以拼出三角形?()

(2)若拿 5 公分、7 公分、12 公分三根竹棒，是否可以拼出三角形?()

(3)若拿 3 公分、5 公分、12 公分三根竹棒，是否可以拼出三角形?()

12.甲:正三角形、乙:矩形、丙:正五邊形、丁:等腰梯形、戊:直角三角形、己:菱形，請回答下列問題:(請填甲~己)

(1)只有一條對稱軸的有()

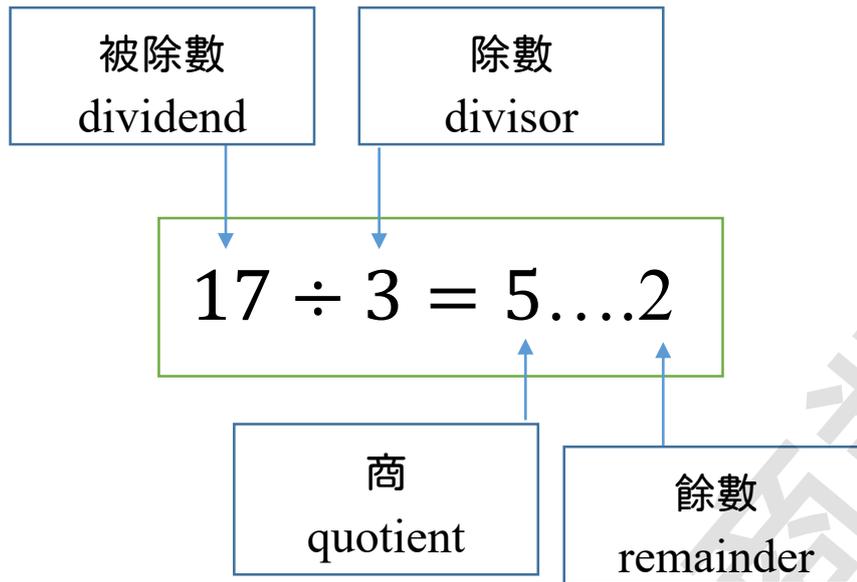
(2)恰好有二條對稱軸的有()

(3)恰好有三條對稱軸的有()

(4)內角總和是 180 度的有()

(5)內角總和是 360 度的有()

d. 因數與倍數、最大公因數與最小公倍數



◎整除(Integer):除法計算中，餘數是 0 的情況下，稱被除數可以被除數整除。

例如:15 可以被 3 整除、18 可以被 2 和 3 和 6 及 9 整除。

◎因數，整數中所有可以整除該數的皆稱它的因數(factor)。

◎整數有包括 0 嗎？整數含正整數、負整數(國中)、0

◎正整數又稱自然數(natural number)。

◎倍數(multiple)，若甲數可以被乙數整除，稱甲數是乙數的倍數。同樣地，稱乙數是甲數的因數(這裡指甲、乙兩數要是整數)

註:倍數關係是沒有整數的限制的，但是因數關係有。

◎公因數(common divisor)，在兩個整數甲、乙中，它是甲的因數，也同時是乙的因數，則稱這個數是甲和乙的公因數。

註:公因數至少有一個，即是 1，且 1 是任何數都有的因數。

◎最大公因數(greatest common divisor, 簡稱 gcd)

(也稱 highest common factor, 簡稱 hcf)(或 greatest common factor, gcf),

兩個整數甲、乙的共同因數中, 最大的因數稱最大公因數。

註:最大因數, 一個整數中, 最大的因數, 即自己本身。但是也有人稱它作最大公因數, 注意不要搞混了。

◎公倍數, 兩個整數甲、乙中, 同時是甲的倍數、也是乙的倍數, 則稱這個整數是公倍數。

◎最小公倍數(least common multiple), 整數甲、乙中, 共同公倍數中最小的整數。

註:除了倍數關係無限制是整數關係外, 所有因數、公倍數、最小公倍數都是建立在整數上。

註:公因數、公倍數關係, 並沒有限制只能說兩個數間的關係, 它同樣可以說三個、四個數以上之間有公因數、公倍數(含最大公因數、最小公倍數的關係)關係。但談論因數與倍數關係, 我們是只針對兩個數在談。

◎整數, 可以二分成奇數(odd number)、偶數(even number)

◎在大於 1 的整數中, 區分成質數(prime number)、及合數(composite number)

◎質數, 比 1 大的整數中, 它的因數只有 1 和自己本身的整數, 稱為質數。

註:最小的質數是 2, 也是唯一偶數的質數。

◎合數, 比 1 大的整數中, 不是質數的都稱合數, 它們的因數除了 1 和自己本身外, 還有其他因數。

◎互質，兩個整數中，它們的最大公因數只有 1，稱這兩個數互質。在互質情況下，這兩數的最小公倍數即是兩數相乘乘積。

◎質因數，一個整數，它的所有因數中同時也是質數的數，稱這些因數為質因數。

◎質因數分解(prime factorization)，一個整數透過質因數的乘積所表示，現在常用短除法。短除法也可同時使用兩個以上的整數同時進行質因數分解，快速地找到這些整數的最大公因數與最小公倍數。

小試身手：

是非題

- () 1. 整數甲，它會有無限多個倍數，它和整數乙也有無限多的公倍數。
- () 2. 有一個整數甲和一個分數乙，它們的乘積必是兩數最小公倍數。
- () 3. 20 以內所有質數的和是 58。
- () 4. 將 50 質因數分解可以得到 $2 \times 5 \times 5$ ，最大因數是 5。
- () 5. 31 是質數，而且和 7 互質，也和 12 互質。
- () 6. 36 是合數，和 12 的最大公因數是 6。
- () 7. 1 是質數，與任何數互質。
- () 8. 15 可以被 3 整除，稱 3 是 15 的因數，15 是 3 的倍數。
- () 9. 0 是 61 的倍數，0 也是 61 的因數。
- () 10. 2 是最小的質數，是質數中唯一的偶數。

() 11. 假設甲數和乙數互質，不管甲數和乙數是多少，最大公因數都是 1。

() 12. 4 是最小的合數，0 和 1 不是質數、合數。

填充

1. 寫出 30 所有的因數()，
所有的質因數()，質因數分解()。

2. 寫出 32 的質因數分解()，
寫出 36 的質因數分解()，
兩數的最大公因數是()，最小公倍數是()。

3. 【5、12、8、7、17、19、3、28】

上列數中是質數的有()

是 3 的倍數的有()

和 15 互質的有()

4. () 是 2 的倍數、3 的倍數，和 36 最大公因數是 12、最小公倍數 72。

5. 有一包糖果，每個人分 3 個可以剛好分完，每個人分 6 個也剛好分完，每個人分 7 個也剛好分完，糖果最少是幾個？

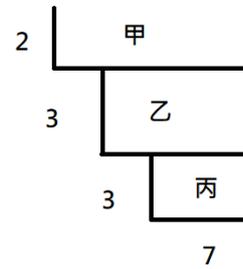
() 個。

6. 甲 = $2 \times 3 \times 5 \times 5$ ，乙 = $3 \times 5 \times 7$ ，則甲和乙的最大公因數是

()，最小公倍數是()。(請以

質因數分解表示即可，勿乘開)

7.如圖，甲是()，乙是()，
丙是()。



8.以下何者最大公因數不是 6? ()

甲:42, 54 乙:18, 36 丙:30, 42 丁:12, 18 戊:1, 6

9.阿吉想將一張長 30 公分、寬 18 公分的色紙，剪成大小相同的正方形，阿吉有幾種切法?()種。

10.清清、小江二個人分別每隔 18、30 天會去參加義工活動，元旦時二人剛好一起參加了義工，下次要再一起當義工是幾月幾號?()

題組

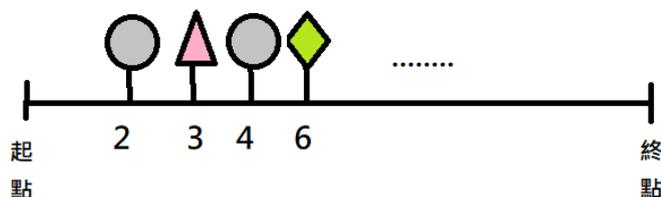
1.安橋國小六年級重新編班，男生有 72 人，女生有 88 人。

(1)若每班人數必須介於 15 人以上，25 人以下，每班男女生要一樣多。則可編成幾班，每班男生、女生各是多少人?

(2)校慶競賽活動，將六年級全部男、女生重新平均分配成「藍」、「白」、「紅」、「綠」四組，則每一組男生多少人?

女生多少人?

2. 歡迎走廊是一條筆直的 120 公尺長道路，每 2 公尺就設置圓形氣球一個，每 3 公尺設置三角形氣球一個，若兩種氣球重疊時則放菱形氣球一個。起點和終點不設置氣球，則歡迎走廊上會有都少個圓形氣球？有多少個菱形氣球？



e. 比與比值、正比、簡單幾分之幾

◎比(ratio)，兩數甲、乙的比，我們記作「甲:乙」。「:」的前面稱為比的前項，「:」後，則稱後項。闡述的是甲和乙的**比例關係**，特別強調的是要注意其單位的一致。

例如:三杯紅茶與五杯綠茶，寫成紅茶與綠茶杯數比為 3:5。

例如:甲是四歲、乙是 8 歲，他們的歲數比可以寫成「甲:乙=4:8」。

◎比值(specific value)，指將「比」以 $\frac{\text{前項}}{\text{後項}}$ 的(分數)方式表示。意思

為前項是後項的 $\frac{\text{前項}}{\text{後項}}$ 倍。(例:甲:乙，則表示甲是乙的 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$ 倍)

例如:三杯紅茶與五杯綠茶，寫成紅茶與綠茶杯數的比值為 $\frac{3}{5}$ 。

例如:甲是 4 歲、乙是 8 歲，他們的歲數比值可以寫成「甲:乙的比值是 $\frac{4}{8}$ 」，即甲是乙的 $\frac{1}{2}$ 。

※相等的比，兩個比的比值相等。

例如: $3:5 = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 6:10$ 例如: $4:8 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 1:2$

◎最簡單整數比(或稱最簡整數比)，指比的前項與後項互質。例如: 2:5、4:11，而3:6、5:25就並非最簡整數比。

註:比值的呈現除了分數外，也可以用小數的方式呈現。

例如:甲:乙 = $1.5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 3:2$

其實從上面例子可以看到，在比值上面透過分數的擴分與約分，可以讓比呈現非常多的樣子，所以才有最簡整數比的誕生。

例如:甲:乙 = $1:2 = \frac{1}{2}$

又 = $2:4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

又 = $3:6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

又 = $4:8 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

比的概念常用以簡化物的分配，是按比例分配的概念的延伸。

例如:大津捕魚號上，有船長和一名水手。第一次出航捕獲 3 條魚，於是船長和水手分別分了 2 條魚和 1 條魚。他們約定以後按照此比例分配漁獲。

第二次出航，共捕獲 6 條魚，那他們要怎樣分配呢？

從第一次概念，船長和水手的漁獲比是 2:1，可以等於 4:2，剛好加起來是 6 條魚。

我們發現這樣計算上會有麻煩，就是去擴分找合適的一樣數量。

所以不妨轉換個角度，船長和水手的漁獲比是2:1，代表可以將總漁獲分成3份，船長拿當中2份，水手拿剩下一份。

下次出航共有36條魚，我們將36條魚拆成3份，一份是12條魚。所以船長可得2份共24條魚，水手則拿12條魚。

那麼今天的漁獲不是剛好3的倍數要怎麼分呢？

例如4條魚、16條魚、59條魚，船長和水手的漁獲比是2:1，其實也等於船長和水手的漁獲比是 $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ (即 $\frac{2}{2+1} : \frac{1}{2+1}$)。

如果今天要分16條魚，便將 $16 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$ 就是船長該分的魚量， $16 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{3}$ 便是水手該分的魚量。

於是我們利用這種概念得到一個將比轉換的方法：

甲、乙的比 = $\frac{\text{甲的比}}{\text{甲的比} + \text{乙的比}} : \frac{\text{乙的比}}{\text{甲的比} + \text{乙的比}}$ ，便可直接將所分之物直接乘所得比例後，得到該分配之量。

例如：有100顆彈珠，甲和乙想要分別以3:2的比例來分配，則甲可得 $100 \times \frac{3}{3+2} = 100 \times \frac{3}{5} = 60$ 顆。

◎正比(direct proportion)，有甲、乙兩個數，當甲增加一個非零的倍數，乙也跟著增加一個同樣的倍數，稱甲、乙成正比關係，或簡稱甲、乙成正比。

註：不能以甲變大、乙也變大的趨勢，就說兩者是正比關係，還是要確認兩者的增加是有定值的關係。

例如：甲增加2倍，乙也增加2倍；甲增加 $\frac{1}{2}$ 倍，乙也增加 $\frac{1}{2}$ 倍

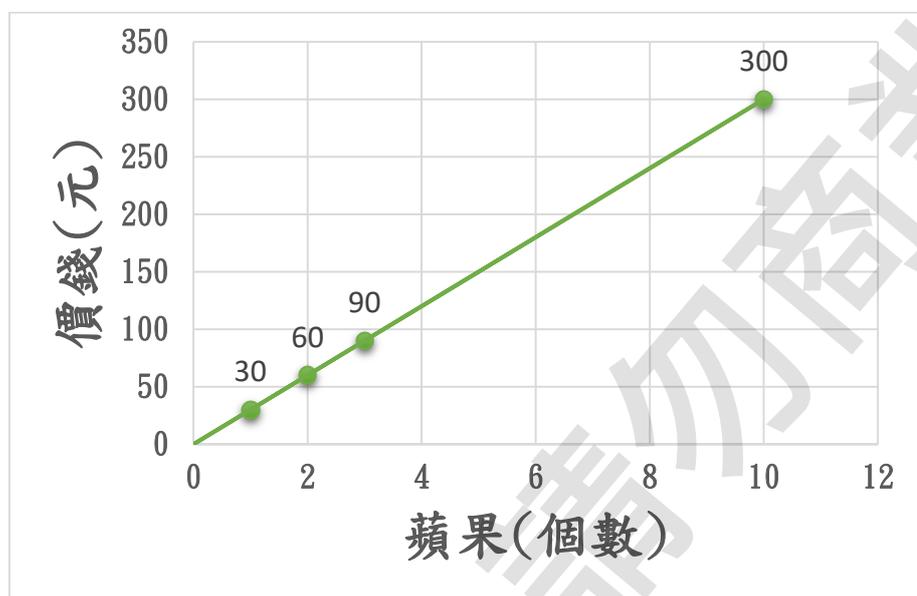
甲增加1.2倍，乙也增加1.2...

觀察一系列都是這樣，我們稱甲、乙是正比關係。

例如:觀察下表，我們發現蘋果的數量與價錢成正比。

價錢(元)	30	60	90	300
蘋果(個)	1	2	3	10

透過這個例子，我們將其圖表化。



可以觀察到，正比的關係圖繪呈現一條筆直直線，且延長線段會過原點。

小試身手:

是非題

- () 1. 將 $1.6 : 2.8$ 化爲最簡整數比是 $4 : 7$ 。
- () 2. $8 : 12$ 的比值和 $21 : 28$ 是一樣的。
- () 3. 甲、乙兩數比爲 $5 : 12$ ，一起同乘 5 倍後，甲、乙的比依然是 $5 : 12$ 。
- () 4. 甲、乙兩數比爲 $5 : 12$ ，一起同加 5 後，甲、乙的比依然是 $5 : 12$ 。

- () 5. 天氣越冷，人穿的衣服越多，所以溫度和穿衣量是正比關係。
- () 6. 6 分鐘 : 18 小時 的比值是 $\frac{6}{18}$ 。
- () 7. 甲 : 乙 = 2 : 3 = 4 : 6 = 12 : 18 = 100 : 150。
- () 8. 小明的彈珠數量是大明的 3 倍，大明和小明的彈珠數量 比是 3 : 1。
- () 9. 比的前項和後項都是質數，直接寫成比值後必是最簡分數。
- () 10. 成正比的關係圖，即使縱坐標與橫坐標互換，都是成一直線，其線延長必通過原點。

填充

- 一斤橘子的價錢是 32 元、柳丁二斤則是 48 元，橘子和柳丁的價格比是()，比值是()。(請化為最簡單整數比/最簡單整數比的比值)
- 有一長方形，長和寬的比值是 $\frac{105}{25}$ ，長和寬的最簡整數比是()。
- 加入 40 克的咖啡粉和 1000c.c. 的熱水就可以泡出美味咖啡，若只加入 8 克的咖啡粉，按照相同比例，只要加入() c.c. 的熱水就可泡出相同的美味咖啡。
- 將下列化為最簡單整數比。
 - (1) $2\frac{1}{5} : 3\frac{2}{3} = ()$ (2) $2.4 : 6.2 = ()$
 - (3) 2 小時 : 3 小時 5 分 = ()
 - (4) 1200 克 : 2.1 公斤 = ()

(5)長 5 公分、寬 6 公分的長方形，底 8 公分、高 12 公分的三角形，長方形與三角形的面積比()。

5. 古時候交易「五五分帳」，就是兩個人以 5 : 5 的比例分配錢財，因此有了「四六分」、「六四分」、「三七分」、「二八分」之說。小青和小紅今日做生意共賺了 6600 元，小青和小紅以「四六分」(小青與小紅= 4 : 6)來分配所賺的 6600，則小青可得()元，小紅可得()元。

6.完成下表，並回答問題。

鋼筆(枝)	3	4	5	10	25	49
價格	6900	9200	11500	23000	57500	112700
數量與價格的比值						

(1)鋼筆的數量和價格是否成正比?()

(2)王老闆公司有 60 人，每個人發一枝鋼筆，該準備多少錢?
()元

7.甲:矩形的長度固定下，寬與面積的關係

乙:矩形的面積固定下，長與寬的關係

丙:同一本書，數量與總價格的關係

丁:媽媽與兒子的年齡關係

戊:圓形的面積與該圓半徑的關係

己:銷售時間與銷售量的關係

庚:月份與年的關係

在甲~庚中，必定是正比關係的有()。

8. 爸爸身高是 175 公分，台北 101 高度是 508 公尺。(請以最簡整數比/比值作答)

(1) 爸爸的身高與台北 101 的高度的比是()。

(2) 爸爸的身高是台北 101 的高度的()倍。

9. 下列空格中，填入正確的數。

(1) $8 : 28 = () : 14 = 24 : ()$

(2) $210 : 35 = () : 7 = 1050 : ()$

10. 如果礦泉水工廠的礦泉水生產數量和時間成正比，請完成下表後，並回答問題。

礦泉水(瓶)	12	24		1200	
時間(秒)	480		80		2400
礦泉水數量與時間的比值					

(1) 生產線不中斷情況下，一天共可生產()瓶礦泉水。

(2) 生產 10000 萬瓶礦泉水至少需要()秒的時間。

計算

11. 樂樂茶飲店中，皇家奶茶用紅茶和牛奶以 12:5 的比例混合。

(1) 若小佳準備了 1500 毫升的紅茶，她要再準備多少毫升的牛奶？(2) 在 3400 毫升的皇家奶茶中，有多少毫升的牛奶？

12. 觀察下表，回答下列問題。

汽車行駛距離 (公里)	1	1.5	2	10
二氧化碳排放量 (公克)	82	123	164	820

- (1) 汽車行駛距離與二氧化碳的排放量根據上表，是否有正比關係？
- (2) 爸爸每天都需要開車上下班，共 30 公里。請問一年工作 300 天的爸爸，他的汽車一年製造出多少公斤的二氧化碳？
- (3) 若排放 16.4 公斤重的二氧化碳，相當於汽車行駛多少公里？

f. 推理與應用問題

假設-排除型：將可能結果列出後一一排除不可能的情況

1. ① 大規模生存遊戲，每三個玩家一組，一場比賽最多 20 組同時進行，小組間互相將對手擊殺，直到最後一組玩家為勝利者，且同隊玩家無法互相攻擊。
- ② 系統顯示，目前場上共有 6 小隊，剩餘玩家 10 名。
- ③ 系統人數的表示是即時更新的，愛秀哥小隊現在只剩下他和另一名隊友。
- ④ 無法辨識除隊友外的敵人是否同隊。

問題 1: 現在場上的六隊的隊員生存情形是如何，請完成下表。

隊伍	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組	第 6 組	可能？
方案 1	3 人	3 人	1 人	1 人	1 人	1 人	否
方案 2	3 人	3 人	1 人	1 人	1 人	1 人	
方案 3	3 人	人	人	1 人	人	人	
方案 4	2 人	2 人	人	人	人	人	

問題 2: 愛秀哥 小隊若馬上遭遇敵人，且擊殺了不知道是否同隊的對方 3 人，己方並沒有額外的死亡。系統顯示:目前場上共有 6 隊，共 7 人。則現在場上小隊的生存可能是哪一種種方案的情況? 方案()。

2. ①有一疊色紙按照一定規律排列，每 7 張會有一個循環，共有六種顏色，從正中間抽出一組七張色紙。
- ②紅色紙在白色紙或紫色紙上方，紅色紙上方可能是黑色紙或紫色紙。
- ③白色紙下方是藍色紙，黃色紙下方是黑色紙。
- ④最中間色紙是黃色，最下面一張是紫色。

問題:此七張色紙由上至下是如何排列? ()

3. 班長 阿翔 偵辦一起班上食物遭竊案，有四個嫌疑人說詞如下。

- ①A 同學:我沒偷吃餅乾，我看見 B 偷吃餅乾。
- ②B 同學:我和 C 看見 A 偷吃餅乾。
- ③C 同學:我在 D 旁邊，D 也沒有偷吃餅乾。
- ④D 同學:我眼鏡壞了，偷吃餅乾的身影看起來是 A 或是 B。

問題 1:若 B 同學是偷吃餅乾的兇手，剩下人的話是否符合邏輯?()

問題 2:若 B 同學的話是正確，有誰是在說謊? ()

推論-替代型：等價替換內容至我們想要的結果

1.① 手機遊戲「龍寶寶」，是龍寶寶的養成遊戲，牠出生是一星級，最高可以升級到六星級。

② 一星級龍寶寶需要一顆一星龍珠才能進化二星級，二星級龍寶寶需要兩顆二星龍珠兩顆才能升級三星級龍寶寶。以此類推，六星級龍寶寶需要五顆五星龍珠進化六星級龍寶寶。

③ 一顆五星龍珠需要四顆四星龍珠煉化而成，一顆四星龍珠需要三顆龍珠煉化而成，以此類推，二星龍珠需要一顆一星龍珠煉化而成。

④ 阿寶身上有 5 星龍珠 2 顆、4 星龍珠 6 顆、3 星龍珠 11 顆。

問題 1:阿寶身上的龍珠將可以煉化全都煉化後，身上的星級龍珠各是多少？

(五星龍珠 ___ 顆、4 星龍珠 ___ 顆、3 星龍珠 ___ 顆)

問題 2:阿寶還需要準備多少三星龍珠，才能讓五星級龍寶寶升級六星級龍寶寶？(顆)

2.①在遠古以物易物的市場，美和子牽著一頭羊到市場，打算換一些白米回家。

②一頭豬可以換二頭羊，一頭鹿可以換一頭羊，一頭羊可以換五隻兔。

③十條魚可以換一隻兔，二條魚可以換一斤青菜，五斤青菜可以換二斤小麥粉。

④五斤小麥粉可以換一斤白米。

問題 1:美和子可以換回多少白米回家? (斤)白米

問題 2:三菱先生田地採收了 100 斤的青菜，可以到市場換幾隻羊? (頭羊)

3.①特大箱子可以裝二個大箱子。

②一個大箱子可以裝四個中箱子，一個中箱子可以裝八個小箱子。

③一個小箱子可以裝八顆柳丁。

問題 1: 一個特大箱中共有多少小箱子? (個)

問題 2: 一個特大箱共有多少個箱子?(含特大箱)(個)

問題 3: 一個特大箱中共有多少柳丁? (個)

觀察-歸納型：探討規則與結果型

講台

1	2	3	4	5
10	9	8	7	6
11	12	13	14	15
20	19	18	17	16

1.①如圖，新座位表是按照座號就坐的。

②老師說，每過二週就換一次位子。

③換位子的方式，全部人都向右邊移動一格，例如：座號 5 就會換去座號 1 的位子。

問題 1:座號 11 的同學，經過兩次換位子後，右邊是座號幾號的同學? ()號

問題 2:座號 7 的同學，經過兩次換座位後，前面是座號幾號的同學? ()號

問題 3:換了第一次座位後，老師說座號 1 到 5 不動，全部人都往後一格(例如：座號 6→座號 15 的位子，座號 16→6 號的位子)，座號 19 的同學的左邊是幾號同學? ()號

2.①☆是新的計算符號。

②小☆大=小+大 例如： $2☆3=5$ ，

大☆小=大-小 例如： $3☆2=1$ ，

相同☆相同=0 例如： $2☆2=0$ 。

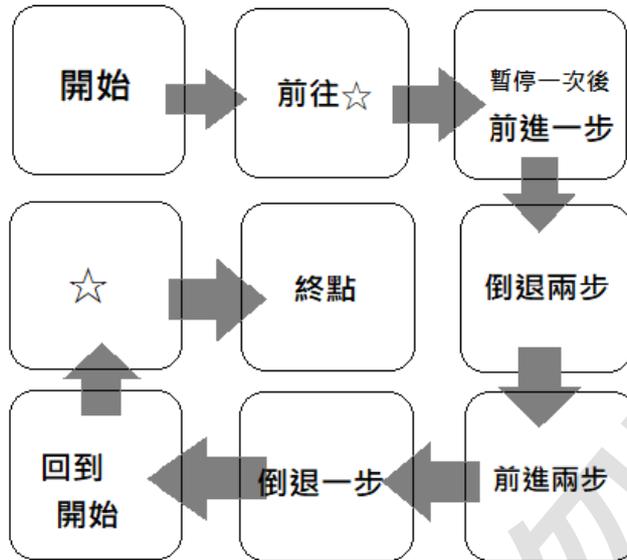
③括號在計算上也有優先權，例如： $(1☆1)☆2=0☆2=2$

問題 1: $(7☆7)☆7=?$ ()

問題 2: $(1☆(4☆5))☆0=?$ ()

- 3.①艾佳、阿潤、小全一起玩遊戲，如圖，三人從開始處出發，最快移動到最後終點就獲勝。三人輪流擲一顆公正六面(一到六點)骰子，依照擲出點數前進。

②



- ③若依骰子點數移動超過勝利處，直接視同勝利。

即在星星處擲任何數都直接獲勝。

問題 1:從開始處擲到多少，直接保證下一回合可以直接獲得

勝利? 點數()

問題 2:從開始處，擲骰子擲到哪些點數時，都會回到原點?

點數()

◎養成「學習」的習慣，一小時、半小時、甚至十分鐘也好。

在複習的最後給了一些看似都和數學學習無關的「思考」題。

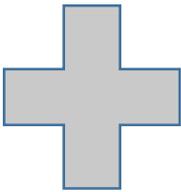
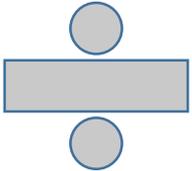
你有發現嗎？在數學的學習中，可以讓你在日常生活裡可以做出更好的選擇。

數學這科目，我們不是只學了數學知識、數學的計算方法和技巧，更重要的是思維，在平日的學習中，累積思考的能力，想得透徹、用手邊手上的數學去解決、改善事物。

◎將上學期都已經徹底複習、學會了嗎？接下來我們將正式進入國小生涯最後的課程。

補充(用英語說加減乘除)

具備基礎國一英文文法

	加號 plus 或 and
	減號 minus
	乘號 times 或 multiplied by
	除號 divided by
	等號 equal
	大於 greater than 或 more than
	小於 less than

加法

例如:我們說「 $2 + 5 = 7$ 」, 英語這麼說:

Two and five is seven.

或是 Two plus five is seven.

或是 Two and five equals seven.

或是 Two plus five equals seven.

減法

例如:我們說「 $6 - 2 = 4$ 」, 英語這麼說:

Six minus two is four.

或是 Six minus two equals four.

乘法

例如:我們說「 $5 \times 2 = 10$ 」, 英語這麼說:

Five times two is ten.

或是 Five multiplied by two is ten.

或是 Five times two equals ten.

或是 Five multiplied by two equals ten.

除法

例如:我們說「 $10 \div 2 = 5$ 」, 英語這麼說:

Ten divided by two is five.

或是 Ten divided by two equals five.

在除法中常有無法整除的情況, 便會有餘數的產生。

例如:我們說「 $10 \div 4 = 2 \dots 1$ 」, 我們可以這樣表達:

Ten divided by four is two remainder one.

我們常問「 $1 + 1$ 等於多少?」、「 $7 - 5$ 等於多少?」或是其他計算時, 會使用「what」、「how much」。

例如上面加法中的例子, 問說「 $2 + 5 = ?$ 」, 可以這麼說:

How much is two and five?

或是 What is two and five?

※ and 也可以替換 plus

例如：我們問說「 $6 - 2 = ?$ 」，英語這麼說：
How much is six minus two?
或是 What is six minus two?

例如：我們問說「 $5 \times 2 = ?$ 」，英語這麼說：
How much is five times two?
或是 What is five times two?
※Times 也可以換作 multiplied by
What is five multiplied by two?

大於

例如：我們說「 $10 > 9$ 」，英語這麼說：
Ten is greater than nine.

而 more than 常使用大於某個數字的表示

例如：「比 2 還大 1 是 3」，英語這麼說：

One more than two is three.

若我們問「比 10 還大 9 的數字是多少」，英語可以這麼說：

What number is ten more than nine?

小於

例如：我們說「 $9 < 10$ 」，英語這麼說：

Nine is less than ten.

若我們問「比 10 還小 9 的數字是多少？」，英語可以這麼說：

What number is nine less than ten?

等於

例如：「6 和 6 是相等關係」，英語這麼說：

Six is equal to six.

第1章 分數、小數的四則運算(elementary arithmetic)

a. 連續多項分數、小數計算

一間商店裡，掛滿了各種優惠價格標語，吸引顧客目光。

全館滿 500 元現折 50 元。

沐浴乳同品項第二件半價。

巧克力加一元再送一個。

高麗菜現秤，一斤 50 元，限時特價 29 元。

新鮮肉類第二盒起每盒現折 10 元。

我們在購物時，時常看到這些促銷，例如：我們秤了一顆 3 斤的高麗菜、拿了兩瓶 199 元的沐浴乳、買了兩盒 129 元的豬肉片、兩盒 98 元的雞肉，到底一共需要多少錢呢？

日常生活中的這個問題中，出現了加減乘除的混合計算，在這個章節，幫助大家更熟練這些算數的概念。

◎數學式的計算原則：由左計算至右，先乘除後加減，若出現括號則優先計算。

小試身手：

$$1. 4\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} = (\quad)。$$

$$2. (4\frac{3}{5} - \frac{3}{10}) - (\frac{2}{5} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}) = (\quad)。$$

$$3. (4\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{5}) - (\frac{1}{3} + \frac{5}{6}) = (\quad)。$$

$$4. (4\frac{3}{5} - \frac{3}{10} - \frac{2}{5} - \frac{1}{3}) + \frac{5}{6} = (\quad)。$$

$$5. 7.39 - 0.2 - 0.31 - 2.004 + 1.2 - 0.45 = (\quad)。$$

$$6. (7.39 - 0.2) - (0.31 - 2.004) + 1.2 - 0.45 = (\quad)。$$

$$7. 4.2 \times 20 - 0.3 \times 72 - 2.1 + 1.6 \div 2 = (\quad) \circ$$

$$8. 6\frac{3}{8} \times \frac{3}{17} \div 3 + 4 \div 1\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} = (\quad) \circ$$

$$9. 6\frac{3}{8} \times \left(\frac{3}{17} \div 3 \right) + \left(4 \div \frac{5}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \right) = (\quad) \circ$$

$$10. 2\frac{5}{8} \times 3\frac{1}{5} \div 3 \times \frac{3}{7} \times 3\frac{7}{8} = (\quad) \circ$$

以上題目你都做對了嗎？

我們可以觀察，括號不是隨意可以加上去，整個計算結果會不同。在實例上，這些計算也是有現實上不同的意義。

11~13.請根據題意列出式子即可，不用計算出答案。

11. 1200 毫升裝的醬油，用小湯匙舀一匙是 4.75 毫升，用大湯匙舀一匙是 15.25 毫升，媽媽每天煮菜固定用了小湯匙量的醬油 2 匙。新開的醬油過了 30 天後，媽媽想燉一鍋紅燒肉湯，共要用三大匙的醬油，還剩下多少醬油?(第 31 天不計算煮菜用醬油)

()毫升

12. 爸爸有一公畝土地，打算拿來種蔬菜水果。打算 $\frac{1}{5}$ 公畝拿來種黃瓜、 $\frac{1}{8}$ 公畝拿來種青江菜、 $\frac{1}{3}$ 公畝種青蔥、 $\frac{1}{10}$ 公畝種辣椒，還剩下多少未使用的土地？

()公畝

13. 盆子中有 5.2 公斤的沙子，再倒入了 1.08 公斤的沙子後，將 0.5 公斤作一袋沙包，共製作了 8 袋，再倒入了 3.14 公斤的沙子，盆子中有多少公斤的沙子？

()公斤

b. 分數與小數間的轉換

有時候，我們會用小數來計數，如 0.1 克的鹽。但是，我們也常使用 $\frac{1}{2}$ 包、 $\frac{1}{5}$ 杯水。因此，學會小數和分數間的互換，可以方便解決計算上的困難。

小數化為分數

這邊說的小數，是有限位數小數。例如：0.1、0.625，小數點後的位數都是可以數完的。當然，也有後面位數是會循環，無窮無盡的小數(例如：0.33333...)，或是後面是沒有規則亂數的小數(例如：圓周率：3.14159...)。這邊討論的是有限位數的小數轉換。

若小數點後，只有一個十分位。(例如：0.1、0.7)，則可化成分數以 10 為分母、十分位數字作分子。

$$(例如：0.1 = \frac{1}{10}、0.7 = \frac{7}{10})$$

若小數點後，有一個十分位和一個百分位。(例如：0.12、0.45)，則可化成分數以 100 為分母、十分位、百分位數字作分子。

$$(例如：0.12 = \frac{12}{100}、0.45 = \frac{45}{100})$$

若小數點後，有一個十分位和一個百分位、一個千分位。

(例如：0.123、0.456)，則可化成分數以 1000 為分母、十分位、百分位、千分位數字作分子。

$$(例如：0.123 = \frac{123}{1000}、0.456 = \frac{456}{1000})$$

以此類推，有限位數都是以此方式將小數化為分數。

整數部分，一是一樣整個放入分子當中，例如：1.7，分母為 10、將個位、小數點後十分位一併放入分子，成 $\frac{17}{10}$ ，再化簡為 $1\frac{7}{10}$ 。

或是直接將整數部分直接帶入小數的部分，這個想法是將 1.7 看成 1 和 0.7 的相加，分為化為分數再合併： $1 + \frac{7}{10} = 1\frac{7}{10}$ 。

例如：3.2，看成 3 與 0.2，又 $0.2 = \frac{2}{10}$ ，則 $3.2 = 3\frac{2}{10}$ 。

兩種方式在計算上都有適合的時機使用，都需要徹底熟練。

小試身手：

() 1. 將 0.125 化為分數是 $\frac{1}{8}$ ，任何小數都只有唯一表示的分數。

() 2. 將 2.25 化為分數是 $\frac{1}{4}$ 。

() 3. 有一個小數是 $0.333\dots$ ，化成分數是 $\frac{3}{10}$ 。

() 4. 1.75 化為分數是 $\frac{175}{1000}$ 。

() 5. 0.28 和 1.27 相加，寫成 $\frac{28}{100} + \frac{127}{100} = \frac{155}{100}$ 。

() 6. $\frac{2}{100}$ 化為小數是 0.02。

分數化為小數

在上面第六個小試身手測驗中，我們可以看到若將分數化成以分母為 10、100、1000...10 的倍數時，分子就是小數的分位數。

但是有些情況下，並不能這樣化整，於是我們有一個比較一般的作法。

我們將分數的分子去除以分母，即可得到它的小數的樣子。

例如： $\frac{1}{2}$ ，我們將 $1 \div 2 = 0.5$ 。

例如： $\frac{3}{4}$ ，我們將 $3 \div 4 = 0.75$ 。

有時我們發現，竟然有時候會有除不盡的情況，是不是那個分數就無法轉換成小數呢？答案是是的，也有分數是無法換成小數的。一種是循環小數，

例如： $\frac{1}{3}$ ，一種是不循環無窮小數，例如： $\frac{\text{圓周率}}{2}$ 。

帶分數或假分數化為分數：

若是帶分數，可以將分數拆成整數部分、分數部分，直接轉換分數即可。

例如： $1\frac{2}{5}$ ，只要將 $\frac{2}{5}$ 換成小數0.4後，再將整數併回， $1\frac{2}{5} = 1.4$ 。

若是假分數。可以化為帶分數去處理，也可以一樣直接做。

例如： $\frac{7}{5}$ ，我們將 $7 \div 5 = 1.4$ 。是可以得到一樣答案的。

小試身手：

- () 7. 將 $\frac{1}{7}$ 化為小數後，它不是一個循環小數。
- () 8. 將 $\frac{15}{4}$ 化為小數是3.75。
- () 9. 分數 $\frac{1}{12}$ ，是不能化成小數的。
- () 10. 有一個分數是 $\frac{7750}{100}$ ，化為小數是7.75。
- () 11. 有一分數 $\frac{12}{99}$ 是0.1212...的循環。

計算化為小數或是分數的選擇

在有分數、小數的計算中，如何選擇？

例如：我們碰到 $2\frac{1}{4} + 0.4 \times \frac{5}{7} = ?$ 你會選擇都換成分數來計算，還是全換成小數呢？

編者建議:看到題目切勿馬上就動筆，一定要先思考好再動手。我們觀察如果都換成分數，通分上比較快，我們便換成分數去做。我們觀察分數中都是可以快速換成小數的題目，我們考慮換成小數去做。

分數換成小數，用到直式除法，計算上較花時間。當小數換成分數時，計算上常要約分、通分的動作，也是比較花時間的。看到小數混分數類型的計算，在動筆前要仔細觀察一番。

小試身手:

$$12. 1\frac{2}{5} \times 2 - 0.3 - (\frac{7}{10} - 0.1) = (\quad)。$$

$$13. (6.2 - 3\frac{4}{10}) - (\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}) = (\quad)。$$

$$14. (2 \div \frac{1}{3}) - (0.24 + \frac{1}{5}) = (\quad)。$$

$$15. (12.41 - \frac{1}{100}) - (12\frac{1}{5} - 2 \div \frac{5}{6}) = (\quad)。$$

c. 括號、去括號

「括號(brackets)」，優先計算，最內的括號優先，逐漸向外的括號第二優先。括號中仍然遵循數學式的計算原則，有左至右，先乘除後加減。

※小括號(parenthesis)、中括號(square brackets)、大括號(curly brackets)

但我們試想:透過去掉括號後的式子，若就沒有優先問題，都只遵循數學式的計算原則的話，計算上是不是多了一種選擇。

為什麼會有要先算概念呢?我們看看以下在生活中例子:

如果今天你在商店購買東西，媽媽說要買醬油和牛奶，剩下的你可以自己買想吃的，拿著 500 元的你，要先扣除醬油和牛奶的

花費，剩下的才是你可以自行買想吃的錢，這種「先扣除」便是括號的概念。

而去除括號的目的，是消除括號的優先計算，它強迫整個式子優先進行計算，造成計算效率上的問題。於是，有人問了，是否可以将括號的優先度給去除呢，讓整個式子回到一般先乘除後加減的原則，讓式子計算可以更有效率。

沒錯，是可以的。

去除括號，和括號前的加、減號有關係。我們先看下面的式子：

① $10 + (5 - 3)$ ，媽媽有左邊口袋有 10 元，右邊口袋有 5 元，拿了右邊口袋的 5 元付款了 3 元。

② $10 - (5 + 3)$ ，媽媽有 10 元，一共付了 5 元和 3 元的東西。

③ $10 - (5 - 3)$ ，媽媽有 10 元，原本要付 5 元的東西可以少付 3 元，媽媽付了 10 元

在第一個例子中，只要括號前面是加號，括號便可直接去掉，不影響結果。

為什麼呢？

媽媽左邊的口袋和右邊口袋的錢加起來後再付了 3 元，和拿右邊口袋付錢後再和左邊口袋的錢加起來是一樣的。

所以我們得到： $甲 + (乙 + 丙) = 甲 + 乙 + 丙$

及 $甲 + (乙 - 丙) = 甲 + 乙 - 丙$

第二個例子中，媽媽將自己有的十元付了 5 元和 3 元，也可以看成先付了 5 元後再付 3 元。

所以我們得到： $甲 - (乙 + 丙) = 甲 - 乙 - 丙$

第三個例子中，我們也可以用另一種角度來解讀，媽媽有 10 元付了 5 元後，對方退還了特價的 3 元，所以寫成： $10 - 5 + 3$ 。

所以我們得到： $甲 - (乙 - 丙) = 甲 - 乙 + 丙$

以上幾個去括號的通式，一定要先弄懂它的含意，勿直接背起來使用，往後更多變化的去括號問題會遇到很大的障礙。

註：有沒有讀者有一個疑惑，若是括號前不是加、減號而是乘除號怎麼辦，能夠去除嗎？下一部分的結合律、分配律會解釋只有部分的乘除號式可以去括號的。

小試身手：

1. $10.35 - (0.5 - 0.21) = (\quad)$ 。

2. $(1 - \frac{2}{5}) - (\frac{1}{3} - \frac{2}{5}) = (\quad)$ 。

3. $1.52 + (1.14 - 0.66) = (\quad)$ 。

4. $(12\frac{95}{98}) - (\frac{98}{99} - \frac{3}{98}) = (\quad)$ 。

d. 混合四則運算

交換律(commutative law)

在加法的計算中，我們將一支紅筆、一支藍筆和一支黑筆，合計 $1 + 1 + 1 = 3$ 支筆。在單位是筆、不分顏色下，不論我們先加紅筆和藍筆再加黑筆，或是紅筆和黑筆先加最後再加藍筆，這些筆最終都是會加在一起。所以，誰先加起來是可以「交換」的。所翻印必究

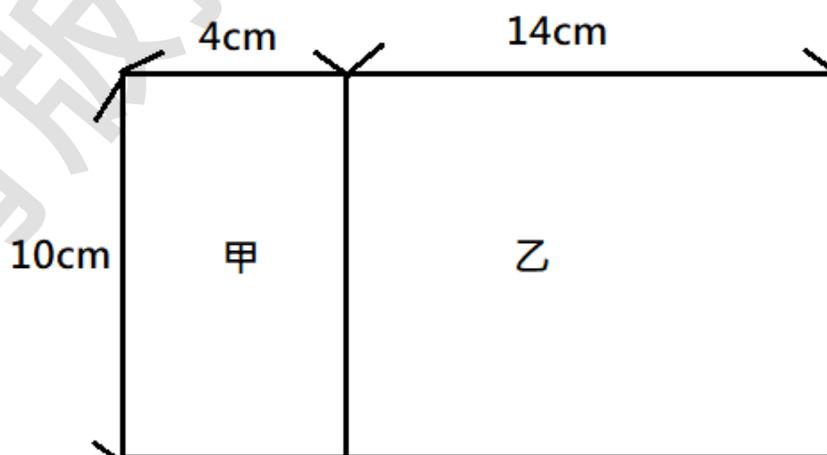
以在一個式子中，全是加法的計算時，我們可以自由地交換位子。

那減法是否也有這種性質呢？我們試想，爸爸身上只有 10 元，兒子身上沒有半塊錢的情況，「爸爸給了兒子 10 元」和，「兒子給了爸爸 10 元」，爸爸因為給了兒子 10 元， $10 - 10 = 0$ ，爸爸身上便沒有錢了，而兒子原本身上是 0 元，因爸爸給了 10 元，變成 $0 + 10 = 10$ 。如果是「兒子給了爸爸 10 元」，爸爸便會有 20 元了，很明顯地，減法是不能隨意交換位置的。

那乘法可以嗎？有二個長方形，長都是 10 公分、寬都是 5 公分。兩個長方形的面積總和是？ $10 \times 5 \times 2 = 100$ 平方公分（長 \times 寬 \times 個數 = 面積總和），對吧？我們觀察式子中，這些計算只有乘法的式子，無論誰先相乘，最終全都是乘到了。乘法和加法是有交換性的。

除法，簡單地想，假設 100 元可以買 2 杯珍珠奶茶，我們會使用除法 $100 \div 2 = 50$ ，即是一杯 50 元。但是式子反過來後，變成問 1 元可以買幾杯珍珠奶茶，即 $2 \div 100 = \frac{1}{50}$ ，一元可以買 $\frac{1}{50}$ 杯，意思卻是全然不同。所以，除法也是沒有分配律的。

◎分配律(distributive law)



如上圖，有一個長方形被一刀切成了甲和乙，這個長方形面積如何計算呢？

它的長是 $4 + 14$ cm、寬 10 cm，則面積是 $(4 + 14) \times 10 = 18 \times 10 = 180$ 平方公分。

如果我們個別計算甲的面積，再計算乙的面積，最後也是可以得到完整的長方形面積。甲的面積是 $10 \times 4 = 40$ 平方公分，乙的面積則是 $10 \times 14 = 140$ 平方公分，完整長方形面積： $10 \times 4 + 10 \times 14 = 40 + 140 = 180$ 平方公分。

不意外地，兩種算法所得到的面積是一樣的，兩個式子是同等的 $(4 + 14) \times 10 = 10 \times 4 + 10 \times 14$ ，我們解釋這數學式子的意思是：完整的長方形面積等於甲的面積加上乙的面積。

透過這個例子，我們可以更通透了解分配律的公式：

$$\text{甲} \times (\text{乙} + \text{丙}) = \text{甲} \times \text{乙} + \text{甲} \times \text{丙}。$$

◎逆分配律

再來我們看逆分配律， $\text{甲} \times \text{乙} + \text{甲} \times \text{丙} = \text{甲} \times (\text{乙} + \text{丙})$ ，仔細看，你會發現不是和分配律是一樣的式子嗎？他們只是等號的左右兩邊互換了不是嗎？

一般來說，我們讀數學式式從左往右，從 $\text{甲} \times (\text{乙} + \text{丙})$ 讓它變成 $\text{甲} \times \text{乙} + \text{甲} \times \text{丙}$ ，我們稱分配律。

換句話說，從 $\text{甲} \times \text{乙} + \text{甲} \times \text{丙}$ 讓它變成 $\text{甲} \times (\text{乙} + \text{丙})$ ，我們稱逆分配律。

所以，哪邊變成哪邊是有名字。但在國小階段，很多書並沒有區分這麼細，都稱分配律。

我們在看一個生活實境例子，更了解分配律。

小姜、小佑和阿吉一起便利商店，大家不約而同拿了 10 元的礦泉水，接著走進來便利商店的大米、大鈞也拿了 10 元的礦泉水。

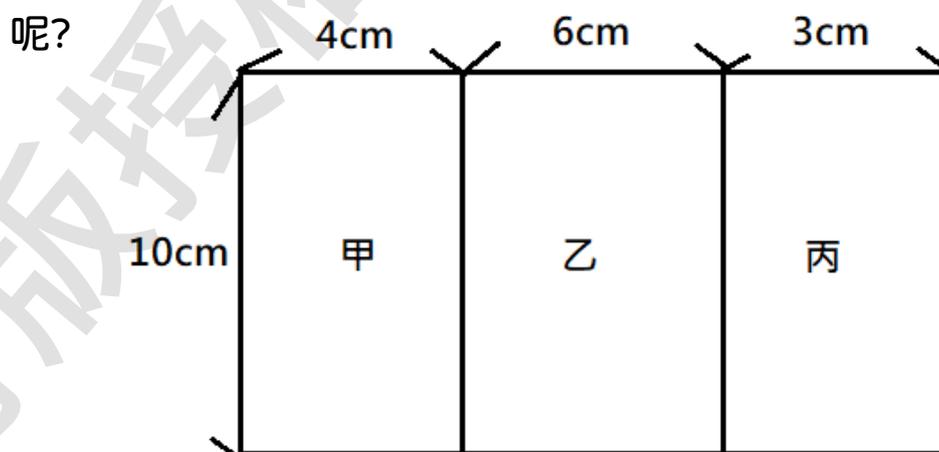
我們在這個例子中看見，原來小姜、小佑和阿吉三人共是 $10 \times 3 = 30$ 元，接著大米、大鈞也買了同樣的礦泉水 $10 \times 2 = 20$ 元， $10 \times 3 + 10 \times 2 = 30 + 20 = 50$ 元。是我們對這個情境以數學語言的描述。

但就結果來看，同樣地水，總共是 5 個人在買， $10 \times (3 + 2) = 50$

我們將兩個都等於 50 等式寫上來： $10 \times 3 + 10 \times 2 = 10 \times (3 + 2)$ ，我們得到逆分配律公式 $甲 \times 乙 + 甲 \times 丙 = 甲 \times (乙 + 丙)$ 。

思考 1: $甲 \times (乙 - 丙) = 甲 \times 乙 - 甲 \times 丙$ ，你可以理解這個分配律的公式嗎？它如果在上述兩個例子中是什麼意思呢？

思考 2: 若將第一個長方形圖形改成下圖的話，結合律如何表示



它的分配律會成 $10 \times (4 + 6 + 3) = 10 \times 4 + 10 \times 6 + 10 \times 3$ 。

你寫對了嗎？

在長方形的寬上，水平切一刀，也可以滿足分配律，它的分配律會變成怎樣呢？

雖然分配律原始的公式 $甲 \times (乙 + 丙) = 甲 \times 乙 + 甲 \times 丙$ ，但其實你真的了解它後，它可以變成更多的樣子。

註：為什麼叫分配律呢？在公式中，甲對著括弧中的乙和丙分別進行了「乘」了出來，並將括弧給消去了，就如同括弧中的乙和丙被甲分配出來。

註：在逆分配律中，在數學術語上，也稱「提」。

例如： $12 \times 4 + 12 \times 5 = 12 \times (4 + 5)$ ，我們會稱等號的左邊式子，**提**出了 12。

※當有人和你說，「**提** 12 呀」，他是在和你說使用逆分配律。

◎結合律(law of association)

回到交換律上，我們知道在交換律的基礎上，在式子都是加法和乘法的情況下，可以隨意自由交換位置，換個角度來想，我們也可以任意設立「優先的括號」。

例如： $1 + 3 + 5 = (1 + 3) + 5 = 1 + (3 + 5) = (1 + 5) + 3 \dots$ ，我們把這種式子中把兩個湊做堆的動作，稱結合律。

因為在式子中，每個數都有自己的位置和意義，不是都可以任意移動，只有建立在交換律之上的加法和乘法，才具有結合律。

結合律公式如下：

$$\text{(加法)} \quad 甲 + (乙 + 丙) = (甲 + 乙) + 丙 = 甲 + 乙 + 丙$$

$$\text{及 (乘法)} \quad 甲 \times (乙 \times 丙) = (甲 \times 乙) \times 丙 = 甲 \times 乙 \times 丙。$$

我們看一個例子，如果爸爸有 100 元，買了牛奶 35 元，再去買了礦泉水 20 元，爸爸剩下多少錢？

我們列出式子： $100 - 35 - 20$ ，就可以得出爸爸剩下的錢了。你
不禁會想說先扣掉牛奶還是礦泉水的錢都可以呀， $100 - 35 - 20 = (100 - 35) - 20 = (100 - 20) - 35$ ，那是不是減法也有結合律呢？

你有觀察到，式子的成立在於 100 是從來都沒有移動過的。第二個問題， $100 - 35 - 20$ 中，將括號括在 $100 - (35 - 20)$ ，這樣真的和 $100 - 35 - 20$ 是相等的嗎？

在除法中，我們舉一個簡單的例子 $100 \div 10 \div 2$ ，與 $(100 \div 10) \div 2$ 與 $100 \div (10 \div 2)$ 是否都是一樣的答案呢？結果是否定的。

※減法和除法在一般情況下並沒有結合律。

◎在這個章節中，我們必須嘗試著放慢腳步，去解開四則運算。養成在動筆計算前，仔細地觀察每一個數字與計算符號的習慣，不是拿到題目就開始最左邊計算到最右邊，有括號先做等等的口訣算出答案。我們多花幾秒鐘的時間去「判斷」該題解題該用什麼「方法」（全部換成小數去計算、全部換成分數去計算、拆不拆括弧、該該不該使用分配律與結合律…等等），這些「經驗」才是日後面對複雜計算問題時，你有足夠的能力去判斷哪一種解法比較適合。

小試身手：

1. $1.2 \times \left(\frac{19}{10} - \frac{4}{5}\right) = (\quad)$ 。(請以假分數表示)

2. $\left(\frac{27}{4} + 1.5 + \frac{9}{2}\right) \times \frac{2}{3} = (\quad)$ 。(請以帶分數表示)

$$3. 2\frac{8}{9} + \left(2\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{9} = (\quad)。$$

$$4. (2.1 \times \frac{1}{10}) \times (2\frac{4}{5} \times 5 \times \frac{5}{2}) \times 10 = (\quad)。(請以假分數表示)$$

$$5. 3.1 \times 1.2 + 1.7 \times 1.2 + 9.2 \times 1.2 = (\quad)。(請以小數表示)$$

$$6. 2.1 \times \frac{1}{10} + 3.2 \times \frac{1}{10} - 1.5 \times \frac{1}{10} = (\quad)。(請以小數表示)$$

$$(\quad) 7. 化簡式子 $10 \div \left(\frac{5}{76} + \frac{7}{45}\right) = 10 \times \frac{76}{5} + 10 \times \frac{45}{7}。$$$

(\quad) 8. 在 $21 \times 3\frac{3}{7}$ 計算中，可以將 $3\frac{3}{7}$ 拆成 3 和 $\frac{3}{7}$ 分別計算，

$$\text{再合併起來，故可以寫成 } 21 \times 3\frac{3}{7} = 21 \times 3 + 21 \times \frac{3}{7}。$$

e. 應用問題

在四則運算的應用題中，值得注意的是**括號**的使用，對題意的理解上是否要加上「括弧」。我們特別強調一整個主體時，會將它括弧起來(特別是有多個主體在強調時)，例如：爸爸和媽媽和奶奶的錢的 2 倍是我的 10 倍，

$$(\text{爸爸的錢} + \text{媽媽的錢} + \text{奶奶的錢}) \times 2 = \text{我的錢} \times 10。$$

註：主體只有一個，就無需再次強調括弧起來。

其次，注意單位的不同，特別是沒有單位時，例如：哥哥喝了 $\frac{1}{3}$ 瓶的牛奶和哥哥喝了 $\frac{1}{3}$ 公升的牛奶、而哥哥喝了牛奶的 $\frac{1}{3}$ ，意思有所不同。

哥哥喝了 $\frac{1}{3}$ 瓶的牛奶，是指**一瓶**牛奶的 $\frac{1}{3}$ 。如果牛奶一瓶 120 公升，哥哥則喝了 40 公升。若哥哥喝了 $\frac{1}{3}$ 公升的牛奶，指哥哥喝了 0.33 ... 公升的牛奶。

哥哥喝了牛奶的 $\frac{1}{3}$ ，是指**所有**牛奶的 $\frac{1}{3}$ ，如果總共有 3 瓶 120 公升的牛奶，則哥哥喝了 120 公升的牛奶。

註:應用問題中常有中文字彙上的混淆處，舉例來說:「你的錢是我的 $\frac{1}{3}$ 」與「你的錢是我的 $\frac{1}{3}$ 倍」有無一樣呢? 這裡是一樣的意思。面對應用問題一定先弄清楚每個用字的意思，才不會曲解題目意思。

小試身手:

- 1.甲機器每天可以生產 19.25 公斤的橄欖油，乙機器則每天可以生產 13.15 公斤的橄欖油，假設機器都沒有異常情況下，連續工作十天，生產量差了多少公斤?
- 2.有條繩子先剪了 $8\frac{2}{3}$ 公尺，繩子剩下的長度是剪掉長度的 2 倍，原來繩子有多長?
- 3.將一條繩子剪成兩段，其中一條長 4.8 公尺。將兩條繩子一比，另一條繩子少了 3.2 公尺，原來繩子有多長?
- 4.有一學校，男生的人數是 420 人，占了全校的 $\frac{4}{7}$ ，則全校共有多少人? 若全校有 $\frac{1}{5}$ 的學生是六年級，他們將從學校畢業，則六年級人數有多少?
- 5.黃豆一斤 35.2 元，黑豆一斤 38.5 元，媽媽各買 $3\frac{2}{11}$ 斤需要付多少錢?
- 6.台幣 28.2 元可以兌換 1 美元，瑞典幣(克朗)1 元可以兌換 3.2 元台幣，爸爸有 2000 美元可以換成多少克朗?

延伸閱讀

分數加減有一類的問題，「 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$...」這類問題可以觀察出，分子都是「1」，針對這類的問題是不是有比較快的方法計算出來？

也就是 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = ?$ (且 a 、 b 不為 0) 就被人提了出來。這個問題中分數加減計算，第一步我們都會先通分，我們也嘗試這麼做。但是，因為 a 與 b 不知道它們的最小公倍數，我們直接通分 $a \times b$ 。

$$\text{即 } \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b}{a \times b} - \frac{a}{a \times b} = \frac{b-a}{a \times b} \text{。}$$

我們馬上來用用看，例如： $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$ ，是不是很快速呢。

那麼， $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = ?$ 同樣是否也可以如此做找出快速的方法呢？

可以的， $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{a \times b} + \frac{a}{a \times b} = \frac{b+a}{a \times b}$ ，舉個例子： $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3+2}{2 \times 3} = \frac{5}{6}$ 。

我們看個例子： $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = ?$ 除了全部通分外，有沒有其他方法呢？試想看看，上述的方法能應用在這個問題中嗎？

嘗試將 $\frac{1}{1 \times 2}$ 拆成： $\frac{1}{1} - \frac{1}{2}$ ，那麼後面的： $\frac{1}{2 \times 3}$ 是否也可以拆成 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 呢？

答案是：也是可以的。

$$\begin{aligned} \text{檢查後我們發現 } & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{1} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{。} \end{aligned}$$

挑戰看看：

$$1. \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) \div \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \div \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) \div \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{14} \right) = ?$$

$$\text{ans: } \frac{5}{2}$$

$$2. \frac{11}{5} - \frac{11}{12} = ? \text{ (若是分子相同的情況)}$$

$$\text{ans: } \frac{77}{60}$$

$$3. \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} = ?$$

$$\text{ans: } \frac{4}{9}$$

單元練習(Exercise for section 1)

§ 1.1 (a) $\frac{4}{5} - \frac{4}{7} \times \frac{7}{20}$

(b) $5\frac{2}{3} - (\frac{1}{6} + \frac{11}{12})$

(c) $9.2 \times 0.5 \div 0.2$

(d) $2.4 \times 0.7 - 0.2 \times 1.25$

(e) $32.2 \div 0.2 - 0.2 \div \frac{1}{25}$

§ 1.2 (a) $6.28 \times 0.2 - 0.2 \times 1.28$

(b) $5 \times (\frac{14}{15} + \frac{11}{10})$

(c) $999 \times 0.5 + 0.5$

(d) $\frac{3}{4} \times 1.75 - \frac{3}{4} \times 1.25 + 0.75$

(e) $\frac{28}{5} \div 0.2 + \frac{4}{5} \div 0.2$

§ 1.3 完成下列表格:

分數					
小數	0.5	0.25	0.75	0.2	0.4

分數					
小數	0.6	0.8	0.1	0.05	0.01

分數					
小數	0.06	0.35	0.45	0.95	0.04

§ 1.4 完成下列表格:

分數	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$
小數					

分數	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{1}{40}$
小數					

§ 1.5 (a) $\left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)$

(b) $2.5 \times \left(\frac{12}{5} \times 1\frac{11}{10}\right) \times \left(\frac{1}{5} \times \frac{5}{21}\right)$

§ 1.6 有一正方形邊長是 18 公分，有一梯形上底是 9.2 公分、下底 14.8 公分，當梯形的高是多少公分時，兩者圖形面積會一樣大？

§ 1.7 有一繩子，全長的 $\frac{5}{12}$ 是 22.4 公分，請問繩子全長的 $\frac{1}{4}$ 是多少公分？

§ 1.8 在一體育場中，打羽球的人數占全館人數的 $\frac{2}{5}$ ，打籃球的人數占全館人數 $\frac{1}{3}$ ，剩下的 24 人在休息，請問全館共有多少人？

§ 1.9 甲太太:「現在水果真貴，我買了 $\frac{5}{2}$ 斤龍眼，花了 625 元。」

乙太太:「我買了 1.5 斤蘋果，也花了 324 元。」

丙太太:「昨天我也有去買，2.2 斤的桃子，花了 220 元。」

三位太太中，誰買的水果最貴? 如果三樣水果各買 5 公斤，要花多少錢?

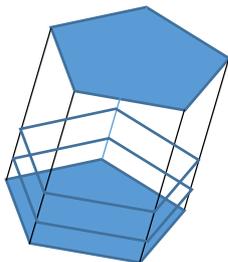
§ 1.10 甲牌影印機，每分鐘可以影印 75 張紙。乙牌影印機，影印一張紙需要 1.95 秒。公司有甲、乙牌影機各一台，同時開始影印，在影印不中斷的情況下， $20\frac{1}{6}$ 分鐘共可以影印出多少張紙?

§ 1.11☆ Tina bought 5.25 lbs of yellow pears and 4.75 lbs of red pears, where both types of pears are \$1.99 per pound. How much did Tina spend on pears?

§ 1.12☆ If $\frac{5}{7}$ of the cookies had been sold and there were 172 cookies left. How many cookies were been sold?

第2章 柱體的體積(volumes of prisms and cylinders)

柱體是立體的圖形，想像在平面上的封閉圖形，向上拉了起來。

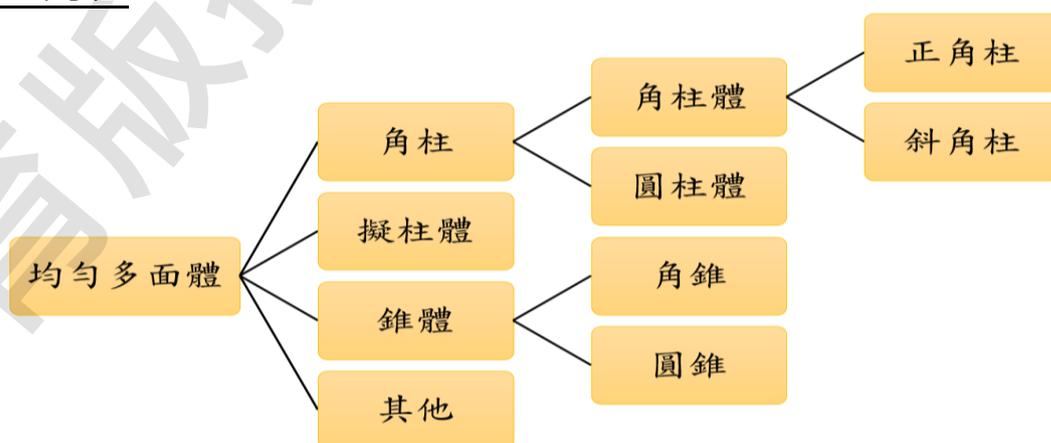


a. 面與柱

柱，在中文的解釋中，指的是建築物中撐起往上樓層或是屋頂的主要粗木頭。在數學中，柱是指柱體，這裡是指角柱體(也有稱稜柱)，指得是上、下底面面積相等且平行，側邊皆是由垂直的長方形構成。

從平面圖形到現在所討論的柱體的立體圖形，在現階段的立體圖形皆屬於均勻多面體，皆超過三個面。均勻多面體又可以再分柱體、擬柱體、錐體…等等，柱體又分為角柱體與圓柱體，角柱體可再分為直角柱與斜角柱(指得是上、下底面面積相等且平行，側邊皆是由長方形構成)，而我們所稱的角柱是指直角柱。

總結一下，我們現在所講的角柱，指得是均勻多面體中的角柱體的正角柱。

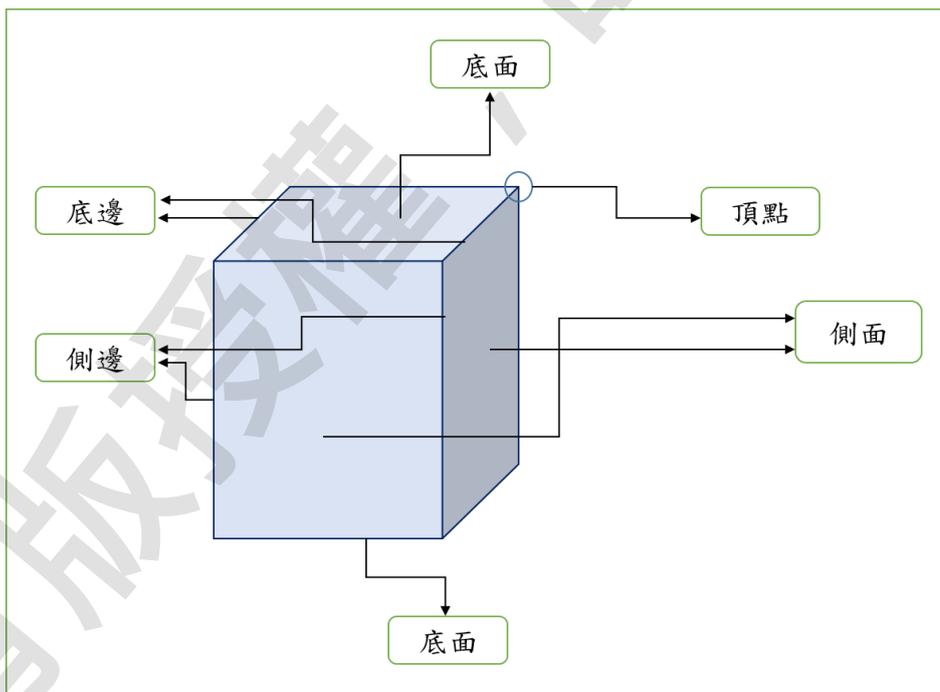


註:角柱的分類竟然出現了圓柱，圓不應該是平滑曲線沒有

「角」的嗎? 關於這個問題，我們請讀者分別畫出一個正三角形、正方形、正五邊形、正六邊形、正八邊形...，然後觀察一下，原來當正多邊形的邊越大時，竟然會變成圓，不嚴謹的說法來說可以稱圓是正無限多邊形，所以在分類上它算是角柱的一種。

三角形	正方形	長方形	平行四邊形	梯形	菱形
triangle	square	rectangle	parallelogram	trapezoid	diamond

鸞形	五邊形	六邊形	七邊形	八邊形	圓形
kite	pentagon	hexagon	heptagon	octagon	circle



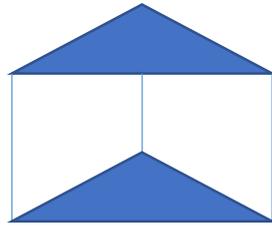
在角柱的構成上面(面:face)，上、下兩面，稱底面，其他的面皆稱側面(side face)。

底面分為上底面(upper face)(top)、下底面(base face)(bottom)

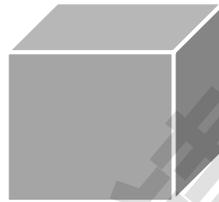
在角柱的兩相鄰側面與底面相交的點，稱頂點(vertex)。

在底面上的邊稱底邊(邊:edge)，其他的稱側邊。

底面是三角形的，我們稱三角柱，側邊長度即為三角柱(triangular prism)的高。



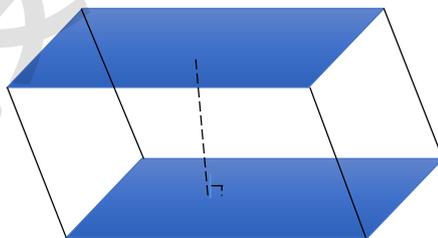
底面是四邊形，稱四角柱，若四邊形是正方形，稱正方體(cube)，側邊長是正方體的柱高；



若底面四邊形是長方形，則稱長方體(cuboid)(rectangular prism)，側邊長亦是長方體的柱高。



若底面是平行四邊形，則稱它平行四邊形柱體，虛線為垂直兩底面的柱高。



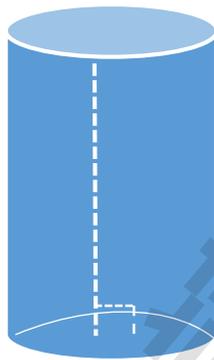
如果底面是梯形，則稱梯形柱體，虛線為垂直兩底面的柱高。



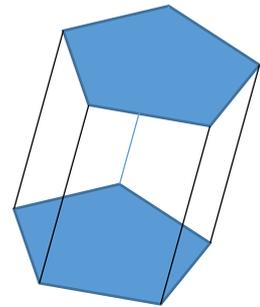
要特別注意的是側邊長是否能當作柱體的高，取決在兩底面是否可以在平面上以垂直方式完全疊合，也就是直角柱，便能以垂直底面的側邊長直接當作柱高。若是以傾斜的方式疊合，則是斜角柱，我們就需去找垂直兩底面的柱高。

註:如果你仔細觀察，目前所學中最有可能是斜角柱的是平行四邊形柱體。

上下底面都是圓型的，稱圓柱(cylinder)，其中垂直兩圓面的高是圓柱高。

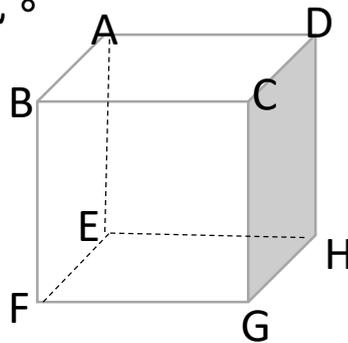


底面為五邊形，稱五角柱(pentagonal prism)。



我們如何告訴別人頂點、邊、面，你想表達的是柱體中的哪一個部分，是有約定好的表示方式。

如右圖中，



◎頂點的表示:我們會將中文字是頂點寫在前頭，接著後面寫上你想表示的位置。例如:頂點 A、頂點 C 和頂點 B。

◎邊的表示:一種是我們寫中文邊字後頭寫上兩端的點代稱,例如:邊 AB 、邊 CD ,通常我們會以另一種方式表述,在兩端點上方畫上一橫線,例如: \overline{CD} 、 \overline{EH} ,兩個端點位置可以互換,都代表同一條邊, \overline{CD} 和 \overline{DC} 都是代表同一條邊,兩種寫法都可。

◎面的表示,在中文完整表示稱平面,如圖灰色面的表示,可以寫作平面 $CDHG$ (也可以單寫一個面字),這裡要注意,四個頂點寫法一定是要以順時針或是逆時針的順序寫下,所以平面 $CDHG$ 也可以以寫成平面 $CGHD$ 、或是平面 $GHDC$ 或是平面 $HGCD$ 等等,共平面的頂點用哪一個當開頭是都可以的,但是一定要順著或逆時針依序表示,像是平面 $CHGD$ 這種寫法就比較不好。我們也會使用一個平行四邊形來表示平面 \square ,例如: $\square ABCD$ 、 $\square CDHG$ 。如果有五的以上頂點也可以用 $\square ABCDEF$,代表是有個平面是以頂點 $A\sim F$ 所圍起來的平面。

◎角柱體的表示:它的表示,會直接寫上它的類型,例如:三角柱 $ABCDEF$ 、正方體 $ABCD RFGH$ 。至於順序,習慣會寫上兩底面,那個頂面先後並無規定。

◎柱體的頂點數、邊數、面數,因為我們分類後而有一定的規律。

例如:三角柱中,頂點皆會在底面上,三角形有三頂點,上、下底面共六個頂點。上、下底面三角形各有三條邊,頂點間相互連結共產生三條上下連結的邊,共有九條邊,面數則是側邊共有三個側面加上二個底面,共五個面。

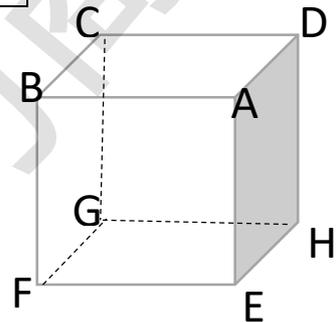
小試身手:

1. 請讀者一一思考每個柱體，完成下表。

	頂點數	邊數	面數
三角柱	6	9	5
正方體			
長方體			
平行四邊形柱體			
梯形柱體			
圓柱			
五角柱			
六角柱			

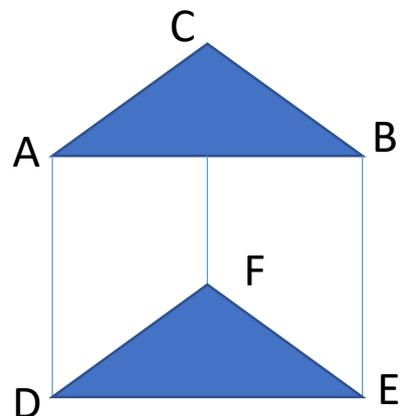
2. 右圖是正方體，看圖回答下列問題:

- ①和面 ADHE 平行的面是()。
- ②和面 GHEF 垂直的面有()、()、()和()。
- ③和面 CDHG 互相垂直的邊有()個。



3. 右圖是三角柱，看圖回答下列問題:

- ①和面 ABC 平行的面有()。
- ②和面 ACFD 垂直的面有()、()。
- ③邊()、()、()稱柱高。
- ④角柱的側面和底面都互相()。



4. 正方體有()組相對的面，長方體有()組相對的面，
三角柱有()組相對的面，圓柱有()組相對的面。

b. 角柱的表面積(surface area)與體積(volume)

我們拿到一個正方體盒子，至少用了多少包裝紙才可以完全包裝它，這個盒子又可以裝多少東西呢？

在一個四邊形的房間中，若要將房間內的上下左右前後都貼上隔音木板，要多少塊隔音木板呢？這個房間又可以容納多少人呢？

上述二個例子中，都是我們常見的問題，送禮物、改裝自己的屋子，在過去的前人也是有這類的問題，於是「表面積」、「體積」的概念漸漸成形。

◎表面積:在平面時我們會以周長來衡量，那個平面圖形若是圍起來是有多大，但在立體的圖形中，我們則是以可以覆蓋滿外表的面積來表示這個立體圖形有多大，這個面積我們稱表面積。

若以長方體為例子，我們將底面面積算出、兩組側面面積算出，共六個面的面積加總起來，便是長方形的表面積。

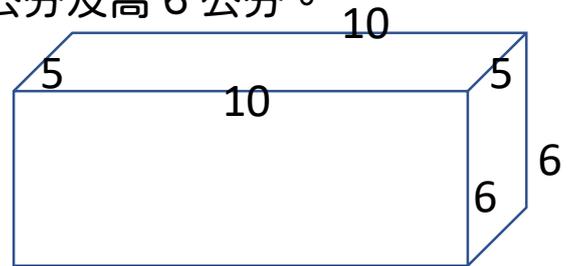
例如:有一長方體，長 10 公分、寬 5 公分及高 6 公分。

底面積為 10×5 ，側邊面積有兩組，

其分別是 10×6 及 5×6 ，

表面積: $(10 \times 5 \times 2) + (10 \times 6 \times 2) + (5 \times 6 \times 2)$

$= 100 + 120 + 60 = 280$ 平方公分。



◎體積:除表面積外另一個表示柱體大小方法，我們回憶之前學過的「容積」的概念，我們將一個物體，加入水、氣體等去衡量可以容納的大小，但是因為單位換算的不統一，和物體內有厚度的問題，今天建立統一都不考慮內部厚度及統一的單位，稱之體積。

體積，它是單純由底面積直接乘上該柱體的高度，是物體在空間中佔有的大小。它的單位我們稱作立方，若都是以公分去作衡量，體積則稱立方公分。若都是以公尺為單位，體積則稱立方公尺。

例如：有一個長 10 公分、寬 5 公分和高 6 公分的長方體。它底面積是 10×5 ，再將柱高乘上，體積： $10 \times 5 \times 6 = 300$ 立方公分。

註：「容量」與「容積」與「體積」。我們今天有兩個瓶子，一個高高瘦瘦，一個矮矮胖胖，到底哪個裝比較多？

有人將水灌滿瓶子後，再以邊長 1 公分的正方體分出，高瘦瓶有 500 立方公分的容積，而矮胖瓶有 510 立方公分的容積。

如果我們把水裝進容器中裝滿後，再將水倒入衡量的容器中(或以秤重後換算公升)，高瘦瓶可以裝了 500 毫升的水，矮胖瓶可以裝 510 毫升的水，我們即稱這個可以裝多少水的瓶子的容量是 500、510 毫升。

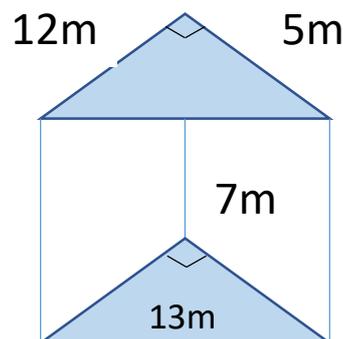
在這個例子中，「容積」是指瓶子所能裝的體積，而「容量」是指瓶子能裝的量，而體積是去除瓶子厚度之後的體積。

註：容積和容量的單位轉換，前人透過對水的觀察，制定了 1000 立方公分=1 公升，1000 毫升=1 公升，1 立方公分=1 毫升 (c.c.) 等單位換算。

小試身手：

1. 有三角柱如右圖，請回答下列問題：

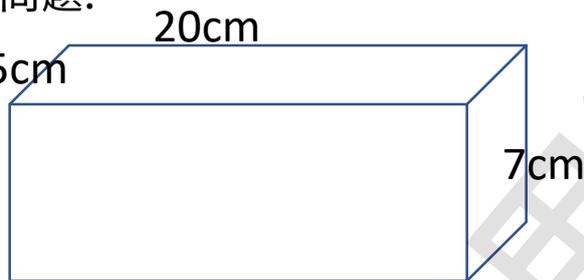
- (1) 體積是()立方公尺。
- (2) 表面積是()平方公尺。



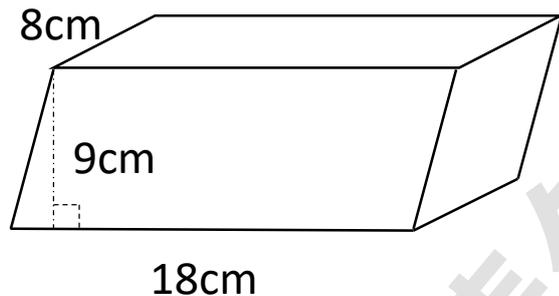
2. 有長方體如右圖，請回答下列問題：

(1) 體積是()立方公分。

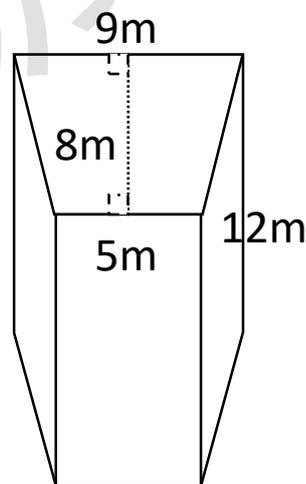
(2) 表面積是()平方公分。



3. 有平行四邊形的柱體如下圖，它的體積是()立方公分。



4. 有梯形的柱體如右圖，它的體積是()立方公尺。



c. 圓柱的表面積與體積

以前的人在樹林中砍下的樹木，用來當柴。後來有人發現，將木頭中間挖空後可以拿來當勺子。

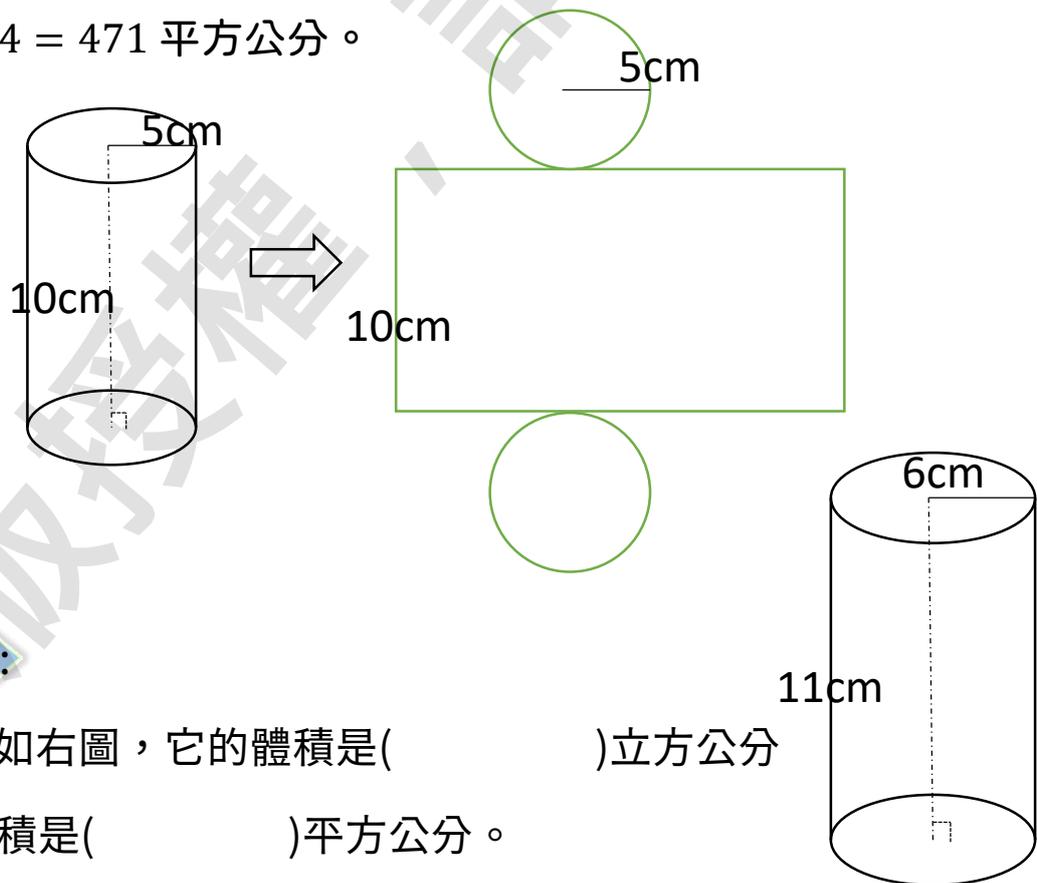
以前山上的原住民，發現竹子中間竟然是中空的，他們開了個洞後將水和米放進去，拿到火堆中煮出香噴噴的米飯。

這些都是圓柱體的發現，和角柱體一樣，是可以算出表面積和體積。而體積部分一樣是底面積乘上柱高，即為體積。

例如:半徑是 5 公分、柱高 10 公分的圓柱，圓柱底面積 $5 \times 5 \times 3.14$ (圓周率)，乘上柱高後得: $5 \times 5 \times 3.14$ (圓周率) $\times 10 = 785$ 立方公分。

圓柱的表面積，分成兩部分，上、下兩底面和側面圍成一圈的長方形。

例如:半徑是 5 公分、柱高 10 公分的圓柱，底面積 $5 \times 5 \times 3.14$ (圓周率)，側面的長方形的寬就是柱高 10 公分，長是圓的圓周: $2 \times 5 \times 3.14$ (圓周率)，所以長方形面積為 $2 \times 5 \times 3.14$ (圓周率) $\times 10$ 。最後加起來是: $5 \times 5 \times 3.14$ (圓周率) $\times 2 = 157$ (上下底面積)和 $2 \times 5 \times 3.14$ (圓周率) $\times 10 = 314$ (長方形)，共 $157 + 314 = 471$ 平方公分。



小試身手:

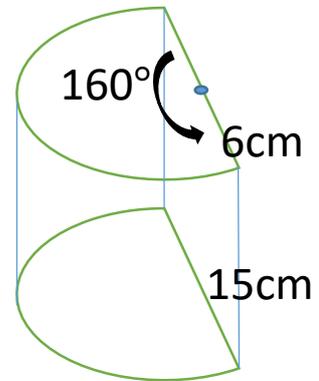
1. 有圓柱如右圖，它的體積是()立方公分

，表面積是()平方公分。

(圓周率請以 3.14 計算)

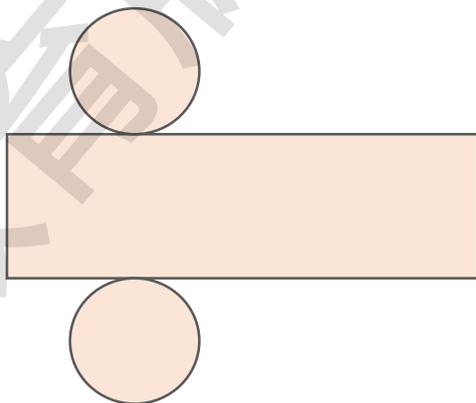
2. 有一圓柱體，高是 30 公分，體積是 900 立方公分，它的半徑是()公分。(圓周率請以 3 計算)
3. 圓柱體側面展開後是矩形，長是底面圓的()，而寬是圓柱體的()。
4. 半徑是 1.5 公分、柱高 4 公分的圓柱，底面積是()平方公分，體積是()立方公分，等於邊長()公分的正方體體積。(圓周率請以 3 計算)

5. 如右圖是一個扇形柱體，底面扇形面積是()平方公分，(圓周率請以 3 計算)。
(扇形柱體體積為底面積 \times 柱高)
則其體積為()立方公分。

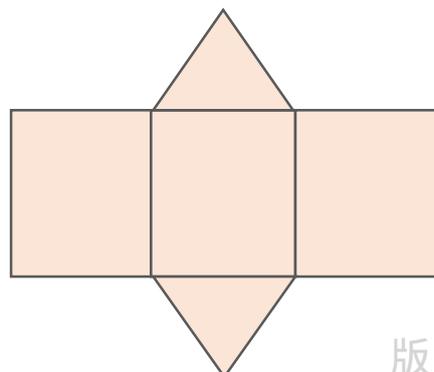


d. 柱體展開圖(development drawing)

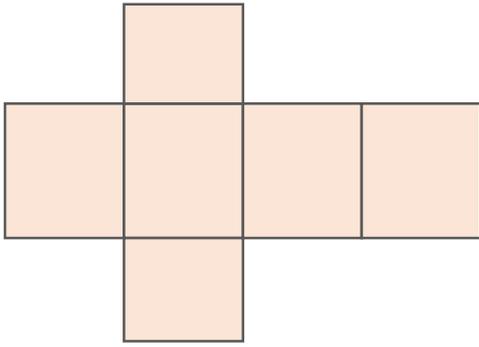
圓柱的展開



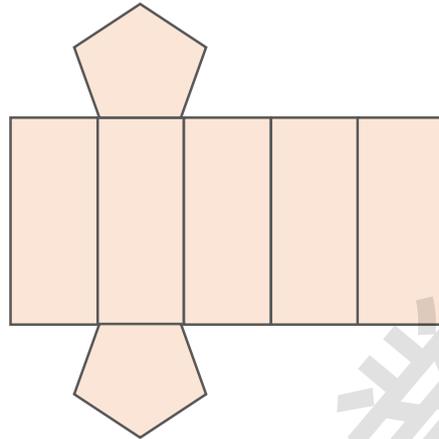
三角柱



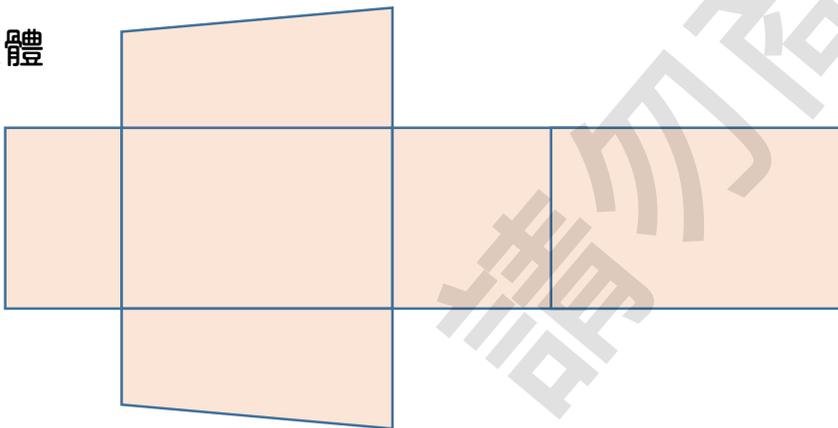
四角柱



五角柱



梯形柱體



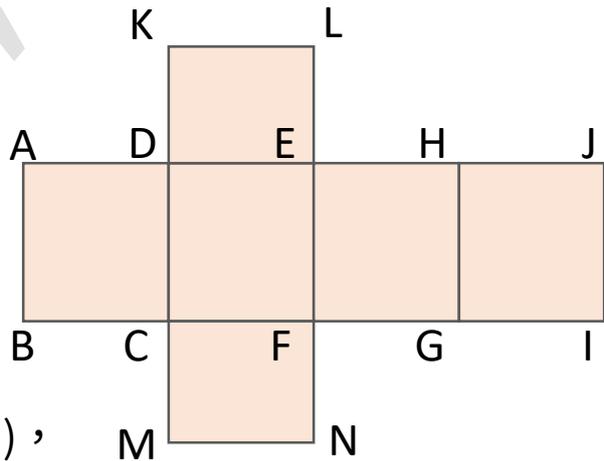
小試身手:

1. 右圖是一四角柱展開圖:

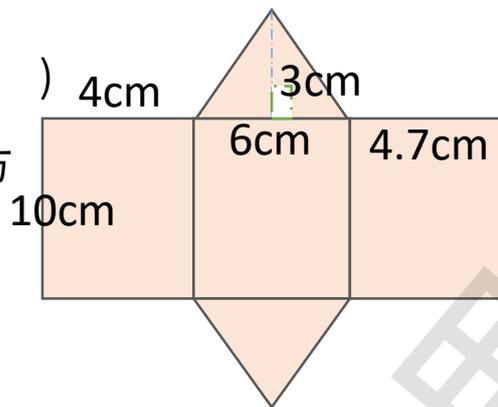
① 與 \overline{DE} 垂直的邊有 ()、
()、()、()。

② 與面 ADCB 平行的有面 ()，
與面 ADCB 垂直的有面 ()、()、()、()。

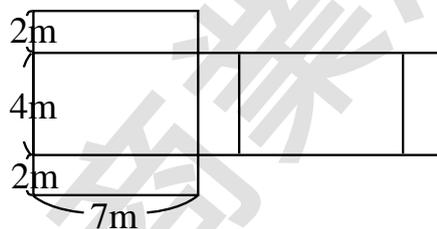
③ 若 \overline{AD} 是 5 公分、 \overline{DK} 是 4 公分、 \overline{CD} 是 8 公分，則四角柱體積
是 () 立方公分，表面積是 () 平方公分。



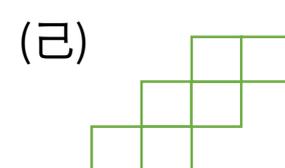
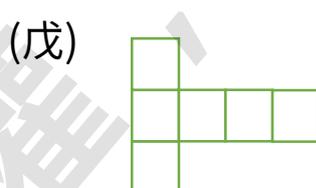
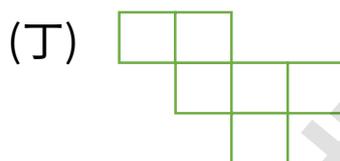
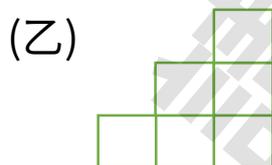
2. 如右圖，該三角柱的體積是()立方公分，表面積是()平方公分。



3. 如右圖，該長方體表面積是()平方公尺，體積是()立方公尺。



4. 下列哪些展開圖是正方體:()



e. 複合柱體的表面積與體積

複合類型，指兩種以上柱體以堆疊或是挖空或混合兩者方式而得的柱體，在計算複合類型的柱體的體積及表面積問題時，應先判斷問題是堆疊型或是挖空型。

◎堆疊型，是指將柱體堆放在另一柱體上，解這類題目時，通常分開計算後再相加即可。

但是要特別小心是否是平放在另一柱體上，而是有挖空後再堆疊，這個部分就要另外考慮。

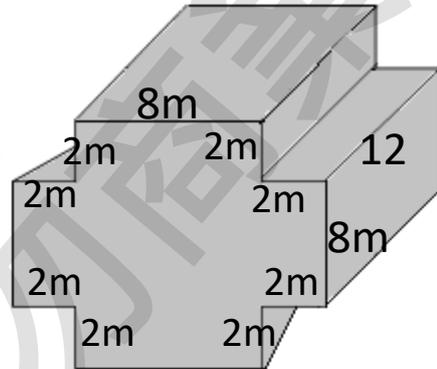
◎挖空型，常見是將一柱體，挖去一部份，且挖去的部分剛好是變成另一柱體的樣子。例如：正方體正中心挖去一圓柱。這類題目的體積計算，把原來完整柱體體積算出後再去扣除挖空的部分；表面積的計算，需要額外加上挖空內部的表面積，要小心。

※堆疊型的表面積，要額外扣除堆疊部分的面積，也要特別注意。

小試身手:

1. 如右圖，一長方體的四角各挖去一個

長方體，其體積為()立方公尺。



2.



如左圖，一圓柱體中間挖空後成了空心，則其體積是()立方公分。(圓周率請以 3 計算)

3. 有兩三角柱體，一個底 8 公分、高 5 公分、柱高 $3\frac{1}{8}$ 公分；另

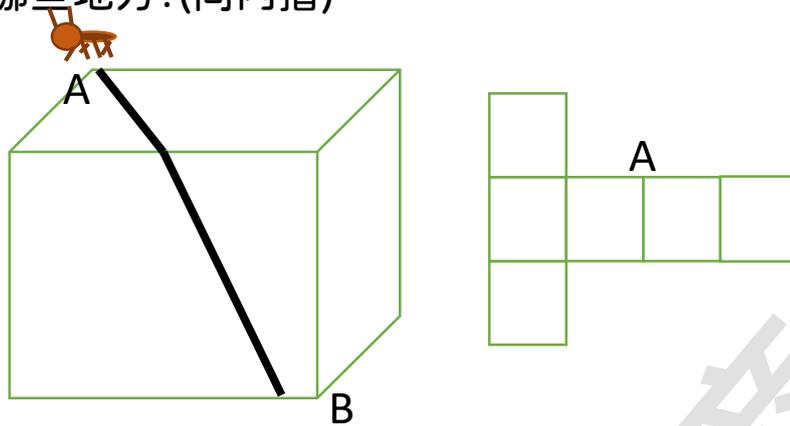
一個底 8 公分、高 3 公分、柱高 $3\frac{1}{8}$ 公分，將兩個三角柱併成

一個四角柱時，則體積是()立方公分。

這個四角柱體積相當於一個邊長()公分的正方體的體積。

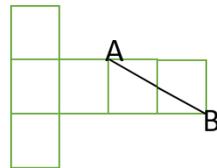
延伸閱讀

小螞蟻爬上了柱體，然後開始在上頭爬行，究竟拆開柱體後被螞蟻爬過哪些地方?(向內摺)

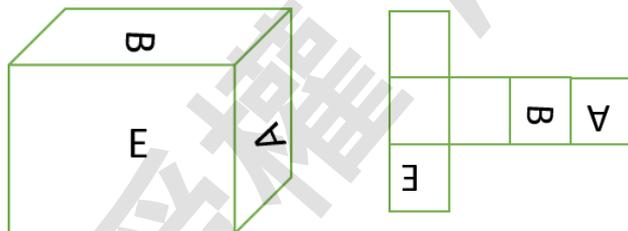


「B 點」會在哪?而螞蟻走過的路線圖在展開圖中又會是什麼樣子呢?

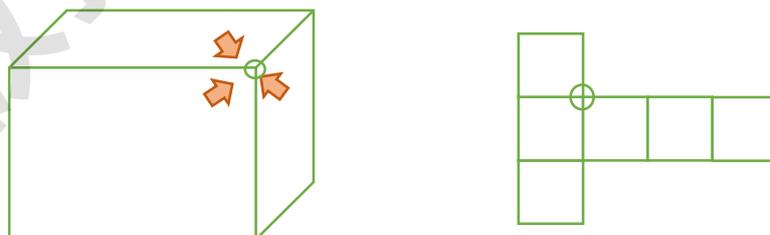
答案是:



例如:下方左圖柱體，而右圖(向外摺)是其展開圖。



挑戰看看下方這個柱體，在展開圖中(向內摺)是什麼樣子呢?



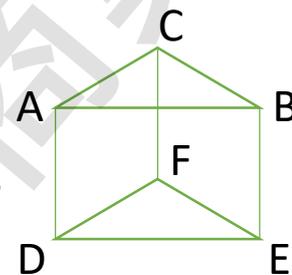
我們可以發現展開圖還需要考慮向外摺、內摺，在柱體上移動的距離可以透過平面展開圖來計算，是不是很有意思呢?

單元練習(Exercise for section 2)

§ 2.1(a) 有一五角柱體，柱高是 17 公分，體積是 374 立方公分，則它的底面積是()平方公分。

(b) 有一三角柱體，高是 4 公分、柱高 8 公分，體積是 72 立方公分，則底是()公分。

§ 2.2 有一三角柱體如右圖，請回答下列問題：

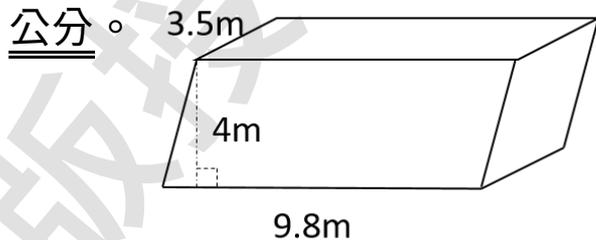


(a) 與面 ACB 平行的面有()，
與面 CBEF 垂直的面有()。

(b) 與 \overline{AC} 平行的邊有()，
與 \overline{AC} 垂直的邊有()。

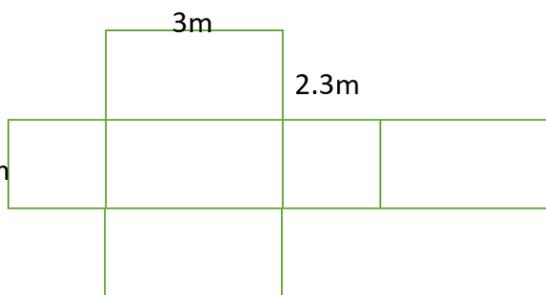
(c) 若底面積是 12 平方公分， \overline{CF} 是 6 公分，則三角柱體積是()立方公分。是否可以計算出三角柱的表面積?()

§ 2.3 如下圖，該平行四邊形柱體的體積是()立方公分。



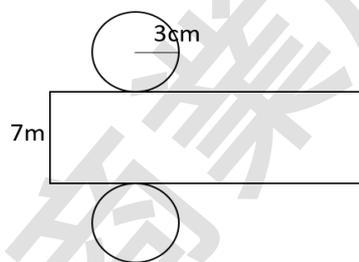
§ 2.4 有一個長方體展開如右圖，

則其表面積為()平方公尺，體積為()立方公尺。



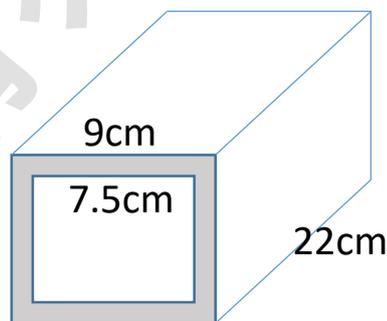
§ 2.5 有一扇形柱體，底面圓心角(扇形的夾角)為 60° ，其半徑 14 公分、柱高 11 公分。則底面積是()平方公分，體積是()立方公分。(圓周率請以 3 計算)

§ 2.6 右圖是一圓柱的展開圖，側邊是一個長方形，它的長是()公分，它的的體積是()立方公分。(圓周率請以 3.1 計算)



§ 2.7 求出右圖中，底面是正方形，挖空後的柱體體積。

答:()立方公分。

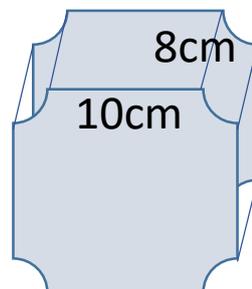


§ 2.8 有一正方體，四角各挖了一同樣大小的扇形柱體，如右圖所示，請回答下列問題：

(a) 四的角落的扇形柱體可以拼成()柱體。

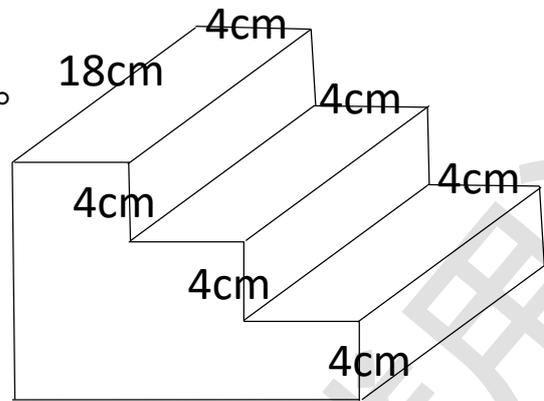
(b) 若原來的正方體的邊長是 14 公分，則扇形的半徑是()公分。

(c) 該柱體的體積是()立方公分。(圓周率請以 3 計算)



§ 2.9 求出右圖體積。

答:()立方公分。



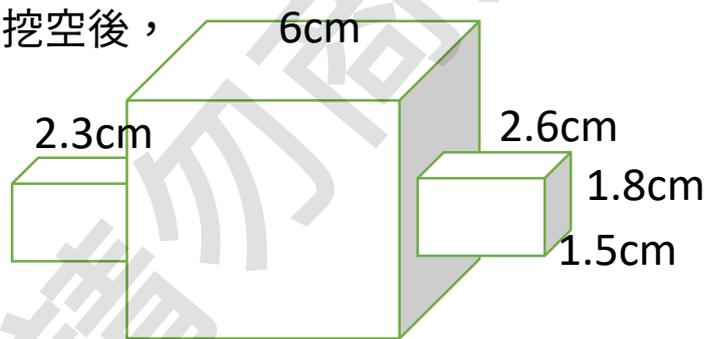
§ 2.10 木匠將一正方體中間挖空後，

再插入了另一長方體，

可以作為卡榫使用。

如右圖所示，

則它的體積是()立方公分。



註: 製作木器時，以凹凸相入接合兩件材料，其中凸出的部分即為「榫」。

§ 2.11[☆] There is a rectangular swimming pool is 21.5 meters long, 8.2 meters wide, and 2.1 meters deep. What is its volume?

§ 2.12[☆] Tom's fish tank has a volume of 2800 cubic inches and the base area of 500 square inches. What is the height of the fish tank?

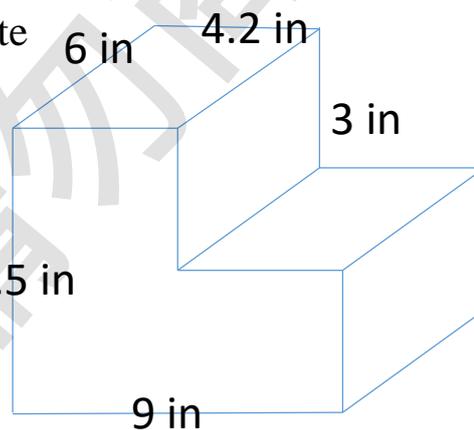
註: 英吋 (inch)，常縮寫成 in，1 英吋 = 2.54 公分。

§ 2.13[☆] A cylindrical pet carrier has a radius of 1.6 feet. If the height of the carrier is 1.2 feet, find the volume of the pet carrier.

(use $\pi = 3.14$)

註:英尺(feet), 常縮寫成ft, 1英尺=30.4公分。

§ 2.14[☆] Find the volume of the composite solid shown.



第3章 速率(speed)

爸爸的機車、汽車駕駛螢幕上有個指針會一直在數字上不停的上下移動，或是直接顯示了數字，數字也會不停的變動，你知道這個有什麼作用嗎？

花花、小美和小玲在討論校慶 100 公尺競賽，「第一場那個甲班的同學超快的，我看他一定第一了。」花花說。「我覺得第二場的丙班同學應該也是會進入決賽，他也機會。」小美說。「我哥很像都比他們還快一點，只是他大一屆。」小玲說。

我們又如何判定誰比較快呢？不同地區、不能一起競賽的人如何分出誰跑比較快呢？

a. 時間(time)與距離(distance)的單位轉換

在這個章節開始之前，我們先複習時間和距離。在距離固定之下，所用時間越少，代表移動(move)越快。例如:100 公尺賽跑，跑 10 秒的人跑得比跑 12 秒的人快。相反地，在秒數固定下，能夠移動距離越長的人，是移動比較快的。

例如:100 秒內，甲折返跑了 12 趟，乙折返跑了 15 趟，所以乙跑得比甲還快。

註:折返跑(shuttle run)，指兩定點 A 和 B，A 點出發後以觸碰到另一點 B 後折返回 A，稱一趟。

在比較快慢之中，我們常用時間和距離來分辨比較，單位換算在過去沒有確實練熟的朋友，一定要先弄會。

時間常用的單位(unit):年、月、週、日、時(hr)、分(m)、秒(s)、毫秒(ms)。

距離常用的單位:公里(km)、公尺(m)、公分(cm)、公厘(mm)。

年	月	週	日	時	分	秒	毫秒
year	month	week	day	hour	minute	second	millisecond

公里	公尺	公分	公厘
kilometer (美) kilometre (英)	meter (美) metre (英)	centimeter (美) centimetre	millimeter (美) millimetre (英)

年	月	週	日	時	分	秒	毫秒
1年= 12個月	1個月= 3-5週	1年= 52週	1年= 365或 366天	1日= 24小時	1小時= 60分	1分鐘= 60秒	1秒= 1000毫 秒



在精熟了小數與分數後，在單位轉換上，顯得能處理更多細緻的問題。

(1) 一小時 = $\frac{1}{24}$ 日，一分鐘 = $\frac{1}{60}$ 小時，一秒 = $\frac{1}{60}$ 分鐘。

(2) 一公厘 = $\frac{1}{10}$ 公分，一分公 = $\frac{1}{100}$ 公尺，一公尺 = $\frac{1}{1000}$ 公里

小試身手:

1.(請用最簡分數表示)

(1) 小名打了 45 分鐘的的遊戲，相當於花了()秒的時間，或是相當花了()小時的時間。

(2) 大名跑 100 公尺花了 16 秒，相當用了()分鐘，或是相當用了()小時。

(3) 3 小時 15 分=()小時。

2.(1)基隆到新竹距離約是 127 公里，相當於是()
公尺。

(2)一枝 14 公分的筆，相當於()公尺，()公厘。

(3)31.25 公尺的距離，相當於是()公里(請用小數表示)，相當是()公分。

3.一天 24 小時共()秒，一年共()分鐘。

4.(1)拉拉 10 分鐘吃完 1.15 公斤的熱狗，相當 1 分鐘吃了()公斤的熱狗。

(2)欣欣 30 分鐘走了 2.4 公里，相當是 1 分鐘走了()公尺。

b. 速率與平均速率(average speed)

有個甲同學，他跑 800 公尺花了 4 分 30 秒。另一個乙同學，1200 公尺花了 6 分 20 秒。哪一位同學跑得比較快呢？

在移動一段距離中，共花了多少時間，於是有人提出了一個用來比較快慢的想法。他將所有移動的距離除上所有花上的時間，即

$\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ，這樣算出來的數字又是什麼意思呢？我們舉一個簡單的例子來思考，若哥哥 100 公尺跑了 10 秒

，套入公式中變成 $\frac{100}{10} = 10$ ，這個 10 又是什麼意思？

沒錯，一秒移動了十公尺，這樣 10 秒剛好移動了 100 公尺。

我們稱這個藉由 $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ 得出來的這個「10」為「速率」。版權所有，翻印必究

我們在移動上，不是一直都是保持在一定的速率上。以跑 400 公尺來說，可能一開始跑得快，後來放慢了一點，接著又更慢了一點，疲倦感過了之後，又跑了快了一點，我們移動常是忽快忽慢的。那麼，用速率角度來看，我們直接將總距離和總時間去說這個人是跑的快還慢，是有點怪怪的。所以我們所稱的速率，應該以「平均速率」來稱呼比較適合，但在目前階段我們都統稱速率。

註:平均速率，用平均兩字，在現實面角度來說，要維持一樣的「速率」是不容易的(或者說是想像面的、理想面的)，要分秒不差的情況下進行分毫不差的距離移動，才稱呼速率。因此，雖然我們在常見的詮釋中將兩種不同情況的速率去計算平均速率，但大多數的情況我們的速率都是平均速率。

因此，平均速率 = $\frac{\text{總距離}}{\text{總時間}}$ ，(average speed = $\frac{\text{total distance}}{\text{total time}}$)

註:或許會有讀者覺得有疑問，為什麼我們要以距離去除時間，而不是以時間除距離，也就是移動一個距離要花多久時間。以前的學問的發展，覺得一秒移動多少距離比一距離要花多少時間更容易讓理解，不妨可以比較看看以下這個例子，一秒移動 3 公尺和一公尺 0.2 秒和一公尺 0.25 秒，其實可以發現前人這樣制定是比較能表現出速度感的。

註:或許你在生活經驗中有聽過「速度(velocity)」一詞，到底速度和速率有關係嗎? 其實它們是很接近的東西喔，只有差別在對「距離」的限制條件，在速率中的距離，不管是如何移動，距離是都全部加總起來的。而在速度中的距離，是有方向性的。在目前階段，你可以當兩者是一樣的東西。

速率算出後是一個數字，這樣你的速率 10 和我的速率 5 是真的可以比較的嗎？

如果甲走 1 公尺花了 1 秒和乙走 1 公里也花了 1 秒，發現了嗎？

兩個人速率都是 1 欸。明明乙比甲還快，但透過速率公式 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$

，得到都是 1 的結果，顯然這樣還是有問題的。

問題在哪邊呢？沒錯，就是單位的問題。如果你將乙的公里換算成公尺，那麼甲和乙就可以用速率比較快慢了。

要如何告訴別人你的速率是用什麼樣的單位算出來的呢？於是，大家在速率的後方寫上單位，告訴別人計算速率的計算單位。

像是例子中的甲，一公尺花了一秒，甲的速率我們寫作「1 公尺/秒」或是「1 m/s」。

乙是一公里花了一秒，速率寫作 1 公里/秒或是 1 km/s。

在速率後方以偏小的字體寫下單位，為了和分數做出區隔，我們用斜線，但其實都是分數概念的意思喔。

我們常見的速率用語，有時速、分速、秒速等等，或許你還聽過音速、光速。

時速是指速率中時間被固定以小時來計，例如：一小時走了 100 公尺，則速率則寫成 100 公尺/小時，我們會說它的時率是 100 公尺。

例如：三個小時移動了 12 公里，則速率是 4 km/hr 來表示，我們會說它的時速是 4 公里。

分速和秒速同樣是固定了時間，分別以分鐘及秒來計算速率。

例如:一分鐘移動了 7 公尺，則稱它的分速是 7 公尺，表示成 7 公尺/分。

例如:三秒 900 公尺，則稱它的秒速 300 公尺，速率寫作 300 m/s。

例如:二秒 24 公里，則稱它的秒速 12 公里，寫 12 km/s。

音速(speed of sound)(sonic velocity)，是聲音傳遞的速度，假設有兩地各站甲、乙二人，甲和乙說了一句「哈囉。」，甲發出聲音後多快乙可以聽到聽音，便是聲音的傳播速率。

聲音會受空間、溫度、空氣…等很多因素影響速率，它大約是每秒 340 公尺。(記作 340 m/s)，如果甲和乙相距 340 公尺時，甲說出去的話到乙聽到要隔了大約一秒的時間。

而大家常聽到的「超音速(supersonic)」，就是速率比音速的速率還快的，我們都可以稱呼超音速。(即是超越音速的速率)

另一個大家常聽到的是「光速(speed of light)」，一樣是光傳播的速率，它大約是 300000000 m/s，或是每秒 30 萬公里 (300000 km/s)表示。

小試身手:

1. (請填快/慢/不變)

(1)距離相等下，移動所花的時間越長，速率越()。

(2)所花時間一樣下，速率越快，移動的距離越()。

(3)速率一樣情況下，時間越長，移動的距離越()。

2.(1)爸爸走了 620 公尺，花了 200 秒。爸爸走路的速率是
()公尺/秒。

(2)貨船花了 7.5 個小時，航行了 300 公里。貨船的速率是
()公里/時。

3.(1)時速 9 公里的意思，即速率() km/hr)。

(2)哥哥跑 800 公尺共花了 3 分 20 秒，速率是()公尺/分
，也就是哥哥秒速()公尺。

(3)新聞報導：「颱風以每小時 40 公里朝鵝鑾鼻前進。」如果颱風
中心距離鵝鑾鼻有 100 公里，沒有其他狀況下，颱風()
分鐘後就會登陸鵝鑾鼻。

4.設音速是 340 m/s，疫拳超人握拳於腰間，在 0.0016 秒中揮
出一記直拳，共移動了他的手臂距離長共 0.6 公尺，則疫拳超
人打出一拳的速率是() m/s，()稱之音速拳。

(請填可以/不可以)

註：音速，即聲音的傳遞速率，會因為空氣的壓力、溫度、溼度等傳遞介
質因素影響，因此它的速率也是變動的唷。

5.小晶家裡到學校共 630 公尺，小晶走路去上學花了 8 分鐘 20
秒，回家花了 9 分鐘 10 秒，則小晶平均步行速率是()
m/s。

c. 速率的應用、反求

我們已經知道速率 = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ ，可以對這個式子進行變換：

$$\text{時間} = \frac{\text{距離}}{\text{速率}} \quad \text{或是} \quad \text{距離} = \text{速率} \times \text{時間}。$$

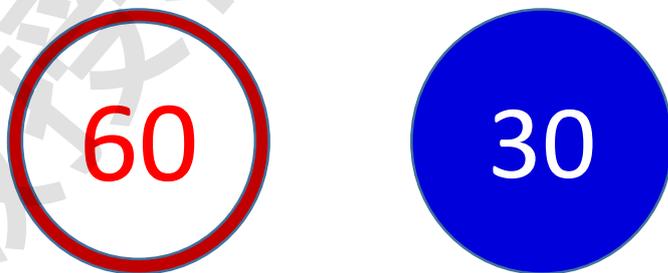
請讀者自行理解式子的轉換，雖然熟記對解題有一定的幫助，至少請熟記原始的速率定義。

回到一開始的問題，汽、機車上面板的數字或是不停移動指著數字的指針，到底是什麼呢？沒錯，它就是速率。

那它的速率單位是什麼呢？沒錯，就是速率中的時速(公里/小時)或(km/hr)或(km/h)。若面板上寫著 30，意思就是每小時 30 公里，也就是如果以 30 不變的情況下騎車一個小時可以走 30 公里。

(註：面板上的時速可能會比真實的時速還要慢一些，是為了某些安全機制考量。)

車子在路上，有時在地上或是路旁會有紅色圈圈。



紅色圈圈代表最高時速的限制，藍色圈則是最低時速限制。以後在路上，看見這種交通號誌時，要提醒爸爸、媽媽有沒有超速唷。

 小試身手:

1. 晴晴騎腳踏車，30 分鐘騎了 7.5 公里，以晴晴的騎車速率，100 公里的距離不考慮其他因素情況下，她需要()分鐘才能騎完。
2. (1) 高鐵平均速率是 330 公里/小時，台北到新竹花了 40 分鐘，則台北到新竹距離是()公里。
(2) 台鐵自強號最快速度是 130 公里/小時，若持續以最高速前進，39 公里的路程只需要()分鐘就可抵達。
3. 學校游泳池長 100 公尺，強哥以蛙式游 56 公尺花了 32 秒，若持續以同樣速率游 7 趟來回共需要()分()秒。
4. 有一場馬拉松大賽有去程和原路折返的回程，爸爸去程 21 公里共花了 2.2 小時，則回程必須在()小時內跑完，平均速率才可以達到 10 km/h。

d. 速率的單位轉換

接下來，我們將練習不同單位的轉換。

前頭有提到，速率後方會寫上單位，我們視作它們也是分數。

$$1 \text{ 公里/小時} = 1 \times \left(\frac{1000}{1} \right) \text{ 公尺/小時}$$

當單位從公里變成公尺，單位的分母增加了 1000 倍(1 公里等於 1000 公尺)，而分母都是公里，沒有倍數上的改變所以是 1 倍。

將後方單位改成我們想要轉換之後，將轉換相差的倍數關係與速率值相乘。

$$\begin{aligned} 1 \text{ 公里/小時} &= 1 \times \left(\frac{1000}{60 \times 60} \right) \text{ 公尺/秒} \\ &= \frac{1000}{3600} \text{ 公尺/秒} \end{aligned}$$

當單位(分母)小時變成秒時，1 小時等於 60 分鐘、1 分鐘又等於 60 秒，因此分母變成 60×60 。

$$\text{例如: } 12 \text{ 公里/分} = 12 \times \frac{1000}{60} \text{ 公尺/秒} = 200 \text{ 公尺/秒}$$

同樣地，換個方向來看：

$$1 \text{ 公里/秒} = 1 \times \left(\frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{60}} \right) \text{ 公尺/分鐘}$$

$$\text{看成 } \frac{1}{1000} \div \frac{1}{60} = \frac{1}{1000} \times \frac{60}{1} = \frac{60}{1000}$$

$$= 1 \times \left(\frac{6}{100} \right) \text{ 公尺/分鐘}$$

例如: 10 公尺/秒

$$= 10 \times \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}} \text{ 公里/小時} = 10 \times \frac{3600}{1000} \text{ 公里/小時}$$

$$= 36 \text{ 公里/小時。}$$

小試身手:

(以下若無法以小數表示，則請以最簡分數表示)

1. (1) $600 \text{ km/h} = (\quad) \text{ 公里/分} = (\quad) \text{ 公尺/秒}$ 。
 - (2) $6 \text{ 公里/時} = (\quad) \text{ 公尺/分} = (\quad) \text{ 公分/秒}$ 。
 - (3) $0.92 \text{ 公里/秒} = (\quad) \text{ 公尺/秒}$ 。
 - (4) $420 \text{ 公尺/秒} = (\quad) \text{ 公里/時}$ 。
2. 駕駛時速 30 公里的機車，相當於騎秒速()公尺的腳踏車。
 3. 甲說:「我製造的火箭時速 432 公里。」，乙說:「我的火箭秒速 110 公尺」，則乙的火箭時速是()公里，則()的火箭飛得比較快。
 4. 船的速率，國際上使用「節(knot)」來表示，一節等於船每一小時行走一海浬的速率(一海浬 = 1852公尺)，一節的時速是()公里，則一節約等於()公尺/秒。
(請四捨五入至小數點後第三位)

註:大航海時代開啟後，爲了測量船的航行速度，水手將船上的長繩以固定距離打上結，放在船尾隨船行駛放下，以沙漏計算共放出了多長的繩子，進而計算船速，後來統一用節作爲海上速率單位，現在世界上貨船、航母戰艦、輪船速度約在 10 節至 30 節之間。

e. 到達時間(流速、追趕問題會在怎樣解題單元討論，有興趣的同學可以往後學習)

當我們學會計算速率後，我們在日常生活中常發現很多是可以估計的，像是我們可以知道自己平時走路的速率是多快，就可以算出我們走路到 500 公尺外的店家要花多久時間，來不來得及趕得上離家 50 公尺 10 分鐘後抵達的公車。

這類問題，有三種類型。一是兩人同方向直線而行，但是兩人的速率不同，到終點時的時間不同，例如：100 公尺賽跑。另一類則是兩人相向直線而行，兩人直線朝對方前進，兩人速度一樣，兩人會在兩端連線的中間點上相遇。若兩個人速度不一樣，則會在兩端連線上的其中一個點相遇。最後一種是兩人在一點(背靠背)背向直線而行(反方向前進)，兩人會越離越遠。(註：這三類都是直線上移動)

小試身手:

1. 嘉雯早上九點整，騎上腳踏車出發找朋友燕淳，兩人家距離 0.72 公里，她以秒速 2.5 公尺騎了 4 分鐘後，嘉雯離燕淳家還有幾公尺？
2. 甲車和乙車同時在紅綠燈並排停下，一閃綠燈後，兩車筆直的直線前進。若甲車以時速 45km/h 前進、乙車則以 60km/h 前進，300 秒後兩車相距多少公尺？(不考慮車身問題及停車開車加速問題)

3.在筆直的直線上，阿佑和阿新相距 0.6 公里，兩人同時向對方跑去。阿佑持續每秒跑 1.5 公尺、阿新則是每秒跑 1.8 公尺，則幾秒後兩人會相遇？

提示:兩個人移動也可以看成依比例移動，例如:左邊移動一步、右邊移動二步，兩人移動比例 1:2，而整個距離可以依照比例等分成兩個部分。

4.在筆直直線上，小瑞和小舒兩人告別後，兩人背向而行，小瑞默默以 0.8m/s 的步伐前進、小舒則眼角含淚的以 2 m/s 的速率跑離。過了 40 秒後，小瑞轉身，小瑞離小舒的背影有多遠？(不考慮告別的時候兩個人之間的距離)

延伸閱讀

速率的概念，是形容一段時間一個物體移動距離的變化。那麼，速率的概念是「一次性」的變化，有沒有可能物體是「重複性」的變化呢？我們日常生活中，很多就是呢。例如:一段時間我們吃了多少塊相同的餅乾、一段時間一個地區出生了多少新生兒，我們用同樣速率的想法去表述，則會說他吃了 5 塊/分、某地方每十分鐘就會有一位新生兒誕生，我們將一段時間內一事件重複發生的次數稱「頻率」。

那麼，速率與頻率兩者結合後，有個人每個禮拜二和五都要慢跑一小時，他的速率 15 公里/小時，則一年他共跑了遠？

我們可以知道每週二和五固定跑步，是頻率的概念。一年共有 52 週，一週慢跑共二小時，速率 15 公里/小時 二小時共跑 30 公里，一年共跑了 $30 \times 52 = 1560$ 公里。

一眨眼，是非常短的時間，我們又如何計算一眨眼的速率呢?(張開的眼睛從開始閉上瞬間到眼睛完全張開的時間)，我們眨眼常是連續眨眼了好幾次，例如:一秒間眨眼了 5 次，又量測了眼睛整個閉上長度共 1.5 公分。因此，一眨眼的速率 = $\frac{1.5}{0.2} = 7.5$ 公分/秒。

半徑 20 公分電風扇，扇葉不停地轉給人們帶來了舒爽的風。扇葉一秒轉了 5 圈，那麼扇葉移動有多快呢，它的速率到底是多少呢?(圓周率以 3.14 計算)

答案是:每一圈轉了 0.2 秒，半徑 0.2 公尺，轉一圈圓周為 $0.2 \times 2 \times 3.14 = 1.256$ 公尺。則扇葉移動速率為 $\frac{1.256}{0.2} = 6.28$ 公尺/秒。

從上面例子中，我們可以透過頻率的概念計算出平均速率或是作為估計速率的參考。以頻率所估算的時間，實際上會更短一些些。以扇葉來說，轉了一圈後，離下一次轉扇葉有極短的時間間隔，所以以此來計算時間，會有誤差。



如上圖所示，若沒有時間間隔的話。

扇葉開始第二圈時，應該移至第一圈扇葉結束轉動。

所以我們可以知道，這樣估計的誤差的原因所在。

單元練習(Exercise for section 3) (若無法以小數表示，則請以分數表示)

§ 3.1 (a) 阿義騎了 9.2 小時的車，相當於騎了()分鐘

，或相當於騎了()秒鐘的車。

(b) 1.025 公分相當於()公尺，或相當於()公里。

§ 3.2 (a) 兩小時走了 9 公里，速率是()km/h。

(b) 直尺從 75 公分高的桌面落地，共花了 0.12 秒，直尺掉落的速率是()公尺/秒。

(c) 大虎登山步道共長 2.7 公里。爺爺花了 1 小時 15 分鐘爬了 2.2 公里後，覺得體力不支，於是原路折返又花了 1.5 小時，爺爺這次登山步行速率是()km/h。

§ 3.3 (a) 電動滑板車以分速 50 公尺直線前進，兩個小時共可前進()公尺。

(b) 姊姊 15 分鐘騎了 3.2 公里，用同樣的速率騎 8 公里需要()分鐘。

§ 3.4 甲地到乙地距離 13.2 公里，小姜騎自行車以速率 4.2(公里/小時)從甲地出發，騎了兩小時後自行車發生故障，只好牽著車以速率 2.4(公里/小時)步行前進，從甲地到乙地小姜共花了()小時()分鐘。

§ 3.5 (a)阿義騎車時速 78 公里，分速是()公尺，秒速是()公尺。

(b)108 公分/秒 = ()km/h。

(c)0.53 km/hr = ()公尺/分 = ()公尺/秒。

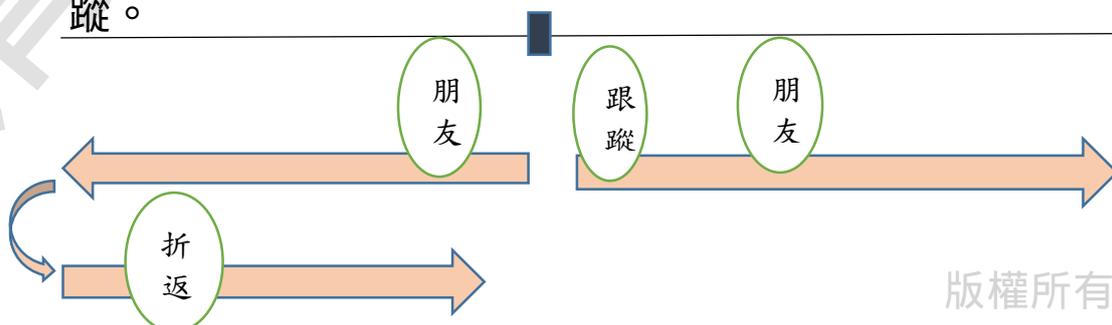
(d) $\frac{1}{3}$ 公里/秒 = ()公尺/分 = ()公分/秒。

§ 3.6 馬赫(Mach)，是音速的單位。例如一馬赫就是音速，二馬赫就是音速的二倍。當達到 5 馬赫時，我們稱超音速(hypersonic)。假設現在的音速是 340 公尺/秒，則超音速 5 馬赫的速率是()公里/小時。

§ 3.7 爸爸以時數 54 km/h開車犯暈，閉眼了十秒鐘，車子在十秒中移動了()公尺。

註:若疲勞請休息後再駕駛車輛，行車要保持良好精神狀況。

§ 3.8 若二人以上結伴同行發現遭一人跟蹤時，在筆直道路上，忽然分成兩個背向而行，跟蹤者就必須只能繼續跟蹤其中一邊，則另一邊在一定時間後折返跟蹤跟蹤者，稱雙重跟蹤。



[問題]:護衛和老闆在筆直路上遭到跟蹤，其中一個護衛折返迴向，打算來個雙重跟蹤，老闆以速率 3 公里/小時前進，20 分鐘後停下腳步休息，護衛則同樣速率前進 20 分鐘後，再以速率 5 公里/小時折返回追老闆，則護衛在折返處需要()分鐘才能追上老闆。

(註:若發現遭受跟蹤的情形，請請求大人或警察的幫助，勿使用此方法)

§ 3.9 七夕橋兩端的牛郎和織女，分別以秒速 2.1 公尺、秒速 1.9 公尺向彼此奔去，兩人奔跑了 77 秒後終於團聚，則七夕橋有()公尺長。

§ 3.10 兄弟二人一齊從家裡出發去距離 5 公里外的叔叔家，哥哥以開車以 35km/hr 速率前往、弟弟則以騎車 50km/h 前往，當弟弟到叔叔家時，則哥哥離叔叔家還有()公里遠。

§ 3.11 ☆ Albert drives 3 hours at an average speed of 50 miles per hour. Then he drives 1 hours at a speed of 65 miles per hour. What is he average speed for the whole trip?

§ 3.12[☆] Cathy walks at a speed of 45 meters per minute, Sandy walks at 55 meters per minute. They start walking from the First Market towards the C-Bank at the same time. The C-Bank is 990 meters away from the First Market. How far is Cathy when Sandy arrived at the C-Bank?

[挑戰] 甲同學以速率 12(公里/小時)和乙同學 2.1(公尺/秒)一起跑著 400 公尺長的操場，則甲同學 1600 公尺只需要()分()秒可以跑完，若兩人不停地以相同速率跑下去，則甲同學會在第()圈時倒追乙同學。

註：這題也可以延伸思考時鐘，時針、分針的相遇，一天中兩針到底相遇過幾次呢？

第 4 章 基準量(benchmark)與比較量(comparison)

在校慶舞蹈練習時。

「中央伍為準。」老師鏗鏘有力喊著，手指著中央排的同學。

「我為準。」中央伍同學們舉起了右手貼在耳朵上。

「成運動隊形，散開。」老師繼續下著指令。

「殺！」大家散開。

「你們要對齊中央伍，前後左右都要有一隻手以上距離，來…前後對齊。」老師叮嚀著。

「王小明，往後一點，你比中央伍還前面啊。」老師還在仔細檢查。

段考結束後，老師發下了成績單。

媽媽看了小千的成績單，小千趕緊說「我每科都比阿華還高喔，雖然有幾科沒有 90 分啦。」

「不能只跟阿華比呀，妳看看妳的國語、自然、社會都不太好。媽媽以前在妳這年級，妳的總分才媽媽的一半多一點。」媽媽說。

在這兩個例子中，我們生活中常常都要與人比較，才能顯示自己目前的狀態。或許我們是以別人當作「基準」，來解釋我比他好或是差。另一方面，我們也可能以自己當作「比較的基準」，來說明他是比我好，或是他比我差。

不論以自己還是別人當基準，另一者就是你比較的對象。

a. 倍數關係

在正式開始前，若比與比值單元、小數與分數的計算不夠純熟的老同學，務必還要再次弄熟。

爸爸有 2 顆糖果，哥哥有 3 顆糖果，弟弟有 4 顆糖果。

我們在討論倍數、比較關係都是針對兩者及數量去進行的。

第一點，「你是我的兩倍。」，其實不是正確的說法，應該是
「你的數量是我的數量的兩倍。」

第二點，任何倍數關係的討論，都是兩者之間，沒有第三者。

甲、乙、丙三人在比較誰比較多時，也是甲和乙比、甲和丙比、乙和丙比，都是兩兩去比的。

今天例子中，弟弟的數量是爸爸的兩倍，我們也可以說是爸爸的數量是弟弟的 $\frac{1}{2}$ 倍。那麼 $\frac{1}{2}$ 倍是如何得出來的呢？在以前的學習中，我們將你想比較的除上基準的，就可以得到倍率，在這個例子中，我們將爸爸的 2 顆除上弟弟的 4 顆， $2 \div 4 = \frac{1}{2}$ ，得到爸爸的數量是弟弟的數量的 $\frac{1}{2}$ 。

同樣地，哥哥和弟弟的倍數關係。哥哥糖果數量是弟弟的 $\frac{3}{4}$ 倍，弟弟的糖果數量是哥哥的 $\frac{4}{3}$ 倍，請讀者自行驗算。

小試身手:

- 1.(1)你的錢是我的 0.02 倍，則我的錢是你的()倍。
- (2)邱先生有 400 畝地，陳先生有 520 畝地，陳先生的地是邱先生的()倍。

2.(1)班上同學家裡有哥哥的占了全班同學人數的 $\frac{7}{12}$ ，則班上有
哥哥的同學的人數是沒有哥哥同學人數的()倍。

(2)鋼筆一枝 288 元、鉛筆一枝 8 元，則 12 枝鉛筆的價錢是 3
枝鋼筆的價錢()倍。

3.哥哥身高 162.5 公分、妹妹身高 125 公分，哥哥的身高是妹妹
的()倍，若爸爸的身高是妹妹的 1.4 倍，假設爸爸都沒長
高的情況下，則妹妹需要長高()公分才和爸爸一樣高。

4.0.72 公斤的稻米重量是 120 公克重的紅豆的()倍，又是 2.4
公斤花生重量的()倍。

b. 基準量和比較量

在前面的討論中，我們知道兩者間數的倍數關係。在這裡起，我們給它正式的名字，稱作為基準的數量為基準量。而作為比較的數量稱比較量。我們雖然可以透過除法可以計算出兩者之間的倍數關係，但這邊起我們要引進一個新的概念。

透過比和比值的概念，我們正式將 $\frac{\text{比較量}}{\text{基準量}} = \text{比值}$ ，而這個比值就是我們前面所稱的「倍」。

我們同樣地，也可以對公式變換一下。

$$\text{比較量} = \text{基準量} \times \text{比值},$$

在這個式子中我們可以看到作為基準的，乘上了的倍數後就是比較者。

例如：乙數是甲數的 1.5 倍，乙數是比較量、甲數是基準量、而比值是 1.5。

$$\text{基準量} = \frac{\text{比較量}}{\text{比值}}$$

過去的學習中，有一盒剩下 $\frac{1}{3}$ 盒的蘋果，有 3 顆，請問原來一盒有幾顆呢？

我們會將 $\frac{1}{3}$ 盒乘上 3 倍(即 3 個 $\frac{1}{3}$ 盒)，得到共 9 顆蘋果。

今天將問題改成，有一盒剩下 $\frac{2}{3}$ 盒的蘋果，有 12 顆，請問原來一盒有幾顆？

我們會先將 $\frac{1}{3}$ 盒計算出來，將 $12 \div 2 = 6$ ，得到 $\frac{1}{3}$ 盒是 6 顆。

再將 $6 \times 3 = 18$ 顆。

我們發現，整個計算變成了 $12 \div 2 \times 3$ 。

我們將式子整理一下 $12 \times \frac{1}{2} \times 3 = 12 \times \frac{3}{2} = 18$ ，是巧合嗎？竟然將 12 去除所佔比例可以得到原來的數量。

在這個問題中，有一整盒的蘋果和 $\frac{2}{3}$ 盒的蘋果， $\frac{2}{3}$ 盒是去和一整盒比較下來的比值，比較量是盒中 12 顆蘋果，而一整盒蘋果的數量是基準量。

我們發現公式中， $\text{基準量} = \frac{\text{比較量}}{\text{比值}} = \frac{12}{\frac{2}{3}} = 12 \div \frac{2}{3} = 12 \times \frac{3}{2} = 18$ 顆

若理解這整個含意，我們將可以更快速算出基準量。

在過去比和比值單元中，我們將甲有 20 支筆、乙有 30 支筆，
 比值是 $\frac{20}{30}$ 。透過比值的擴分與約分，甲:乙 = 20 : 30 = 2 : 3 =
 4 : 6 …。

甲是比較量，乙是基準量。我們也可以將基準量假設是 1，如上面
 的例子甲:乙 = 20 : 30 = □ : 1。

那麼，透過計算後，可以得到 $\square = \frac{2}{3}$ ，我們以後可以對基準量假
 設定值，透過比例關係，而得到比較量。

例如:爸爸身上有 250 元，媽媽的錢是爸爸的 1.5 倍。

媽媽的錢是比較量，爸爸的錢是基準量。

比例式: 媽媽的錢: 爸爸的錢 = 1.5 : 1

那爸爸和媽媽共有多少錢呢?

媽媽的錢: 250×1.5 元，而爸爸有 250 元，

兩人共: $250 \times 1.5 + 250$ 元。

我們觀察這個式子， $250 \times 1.5 + 250 \times 1$ (250 可以寫作 $250 \times$
 1)，透過分配律整理成: $250 \times (1.5 + 1) = 250 \times 2.5 = 625$ 。

若今天問爸媽相差了多少錢? 我們將式子列成:

$250 \times 1.5 - 250$ ，同樣地透過分配律調整一下，

$250 \times 1.5 - 250 \times 1 = 250 \times (1.5 - 1) = 125$ 元。

我們可以觀察到，如果我們建立了一個基準量之後，若其他都可
 以變成比較量，透過分配律的結合，可以有一個方便的計算方
 法，算出總和或是相差之值。


 小試身手:

- 1.(1)老虎對小貓說:「我的體重是你的 2.7 倍。」，從對話中老虎是()量、而小貓是()、2.7 倍是()。
(請填基準量、比較量、比值)
- (2)甲體重是 45 公斤、乙 55 公斤、丙 60 公斤，丙的體重是甲和乙體重的()倍，其中基準量是指()、比較量是指()。
- (3)若基準量比比較量還大時，比值會()1。
(請填大於、小於或等於)
- 2.(1)袋子中有糖果 24 顆，增加 1.5 倍後變成()顆，再增加 1.5 倍後變成()顆。
- (2)有一本書，爸爸說他還有 $\frac{5}{16}$ 本書還沒看完，若還沒看完的頁數有 50 頁，則該書共有()頁。
- 3.(1)姊姊存了零用錢 600 元，姊姊存的錢比妹妹多 1.5 倍，姊妹兩人共存()元。
- (2)甲是乙的 0.75 倍，若乙是 84，則甲是()。
- 4.密室闖關遊戲中，每 5 男 3 女為一組進入迷宮中。遊戲開始前主持人對著參賽者廣播:「現在，我們場中共有 1000 人。」，則共有()組參賽、男生總人數和女生總人數共差了()人。

c. 倍數關係的應用：百分比、成、折數

日常生活中除了用「倍」外，我們還會用其他名詞來表達倍數關係。

百分比：新聞上說，在 2300 萬的台灣人中，有 85% 的台灣人喜歡喝珍珠奶茶。全部的台灣人是基準量，愛喝珍奶的台灣人是比較量，85% 是比值。

那麼，大概有多少的台灣人愛喝珍珠奶茶呢。

比較量 = 基準量 × 比值

$$\begin{aligned} \text{台灣愛喝珍奶的人數} &= 23,000,000 \times 85\% \\ &= 23,000,000 \times \frac{85}{100} = 19,550,000 \end{aligned}$$

成數：我們也常用「成」表示倍數關係，老闆常說：「這個月原物料漲了一成」、「這陣子生意掉了三成」、「人潮多了五成」。

一成，指得是百分比的 10%。「這個月原物料漲了一成」意思是原物料比來價錢更多了 10%。「這陣子生意掉了三成」意思是生意量比原來少了 30%，剩下原來的 70%。如果要表達更細一點百分比，例如：24%，我們會說漲了二成四。

例如：老闆說：「麵粉公司打電話來說要漲價了，一袋原來 800，下個月起都漲二成。」，漲價後的麵粉一袋大概是多少錢？

$$800 \times (100\% + 20\%) = 800 \times 120\% = 800 \times 1.2 = 960 \text{ 元}$$

折數(discount)：也是同指百分比的 10%。「百貨公司全館 7 折」、「買一送一再打九折」，打折是日常生活的促銷手法。若是想表達 75% 等比較細緻的折扣，例如：我們會說「全館打 85 折」來表示。

例如:冰店大特價，每碗冰都 50 元，任買三碗冰以上再打 9 折。
請問買三碗要多少錢?

$$(50 \times 3) \times 90\% = 150 \times \frac{90}{100} = 15 \times 9 = 135 \text{ 元}$$

小試身手:

- 1.(1)百分之二十，換成小數是()。
- (2)0.72 相當是()%，0.625 相當是()%。
- (3)二成五換成百分比是()%。
- (4)0.5 折是百分比()%，換成小數是()。
- (5)一件衣服成本 100 元，加四成作為定價，則一件衣服定價()元。
- 2.(1)這次社會考試班上有 65%的人不及格，班上有 40 人中及格的有()人。
- (2)若某國家 20%人口共有 35 萬人，則該國總人口是()萬人。
- (3)西元 2021 年地球上人口有 78 億，若 2022 年人口會成長 1%，則 2022 年世界人口共有()億人。
(不需考慮死亡失蹤等其他因素)
- 3.(1)油價漲了三成，原來 92 無鉛汽油一公升 32 元，變成了一公升()元。爸爸的機車加滿油箱要 5 公升，調漲後，爸爸要多付()元。

(2) 老闆說因為疫情影響，營業額少了四成，原來一天營業額 25 萬，剩下()萬元。

(3) 根據調查有五成七的學生，回家會複習當日的上課內容，調查人數 800 人中，則共有()人回家會複習當日上課內容。

4.(1) 1980 元的大衣，打了七五折後，剩下()元。

(2) 打了九折後襯衫要價 540 元，原來價錢是()元。

(3) 原來 1350 元的毛衣，打了()折後，只要 1080 元。

5. 遊樂園統計，一天的旅客中，成人票賣出 450 張、兒童票 250 張、敬老票 50 張、團體票 150 張，則成人票占全部售出的票的()%，(請四捨五入至整數)。

若成人票 500 元、兒童票 150 元、敬老票 100 元、團體票 400 元，則一天營業額是()元。若購買團體票相對是買成人票打了()折。

若成人票調漲 10%，營業額會增加()元。

d. 成本、定價、售價、利潤、利息

這裡有一部分的題目需要有日常的商業買賣知識，買賣行為中有買方(demand)和賣方(supply)。

◎賣方販售物品、知識、服務等商品，當準備這些商品所需要付出的金錢統稱成本(cost)，

例如:甲同學和一家公司買了 10 個 12 元糖果，打算賣給同學，他的成本是 $10 \times 12 = 120$ 元。

◎一般來說，我們不可能販賣比成本還低，為了交易上的公平與符合賣家期待，會給定商品一個比成本還高的價錢，稱這個價錢為定價(pricing)。

例如:便利商店中，飲料、餅乾上都寫上「建議售價」，它就是定價。

◎售價(selling price)，真實售出的價格。售價和定價常有人誤會，例如:便利超商的商品的建議售價，它是定價也同樣可能是售價。在超商一般情況下，定價和售價是同樣的。但是當發生「優惠活動」時，未必就是售價了，超商可能推出買兩件一件半價之類的活動，此時實際賣出的金額才稱售價。

例如:超商巧克力一條定價 30 元，今天特別特價兩條 50，爸爸買了兩條，所以售價是一條 25 元，而非 30 元。但爸爸只買一條時，售價和定價都是 30 元。

例如:新成立的房產公司推出 1 元買到豪宅，它的成本可能要五千萬，竟然只讓買方以 1 元買入，1 元就是售價，而它真實的定價應該要比成本還高，可能要定個六千萬之類的。

◎將售價扣除成本，剩下的即利潤(profit)。(利潤也可稱營利、獲利)
賣家賣了商品有沒有賺錢呢?商品售價比成本還高，就有賺錢。

例如:甲同學買了 10 元的糖果，乙同學表示自己願意花 15 元和甲買，甲也同意了，兩個人完成交易。甲購買的糖果，甲成本 10 元，賣給了乙 15 元，甲賺了 5 元。

◎利息(interest)，商業行為中有資金不夠的時候，會有想借錢的債方(或稱借款人、債務人、乙方)(debtor)。相對地，也會有手上資金很多，可以借給人使用的債權方(或稱債主、甲方)(creditors)。

債方因為向債權方借了錢，債權方因為手上資金也可以拿去做其他事情，卻借給了債方，所以債方要補償這些差額，我們稱此中間差額為利息。

例如:甲先生和乙先生借了 1000 元，甲先生和乙先生說，下次我還你 1100。我們也可以稱多還的 100 元是利息的概念。

例如:領完壓歲錢的小明，將紅包存入銀行，銀行每半年就會結算利息給小明。而利息結算有很多種，有一年算一次的(稱年息)、半年算一次的(半年息)、一個月算一次(月息)等等，要給付的利息的比率稱利率，年息搭配年利率、半年息搭配半年利率、月息也有月利率等等。

$$\text{利息} = \text{本金} \times \text{利率}$$

例如:甲先生和銀行借了 1000 元，採年息(一年算一次利息)、年利率 5%，則甲先生一年後要還 $1000 \times (100\% + 5\%) = 1000 \times 1.05 = 1050$ 元給銀行。

註:利息問題真實中遠比這裡複雜許多，這裡先理解利息的基本機制，有興趣的同學可以自行研究。

小試身手:

1. 王老闆買了一斤 90 元的麵粉 400 斤，運費花了 500 元。他打算一斤以 120 元賣出去，則王老闆全部麵粉賣出後() (請填賺或是虧)了()元。
2. 阿喜在特價 85 折時買了一雙鞋子，他再以原價 2100 元賣給人，則阿喜的獲利是()元。
3. 金先生買了 1 公升 80 元的醬油 350 公升，他掛上 1 公升賣 110 元的牌子，結果乏人問津，於是他在 100 元的牌子上打上交叉，寫上特價 1 公升 95 元，意外卻大受好評，於是醬油全部都以特價賣的價錢出了。
上面敘述中，金先生的總成本是()元，1 公升醬油定價是()元、售價是()元，營業額是()元，淨利()元。
4. 甲、乙兩人都向黃老伯借 5000 元，甲說：「一年後我會還你 5600 元。」乙說：「一年中，我每三個月還你錢，第一次還你 3040 元，下次還你它的一半，下下次再還你上次的一半…」，則黃老伯選擇借()可以得到比較多的利息錢。

e. 應用問題

在這篇章中，有兩類問題一是求兩量的和，一是求兩量之差，透過基準量、比較量的概念去公式化這類問題。

如果可以，編者還是不建議以使用公式的方式去解問題。

我們回過來來看，「甲是乙的兩倍」這句話。

若我們將甲看成是 2，則乙是 1。

若我們將甲看成是 1 的話，則乙是 $\frac{1}{2}$ 。

「假設甲是 18」，求甲和乙的和時，

我們將甲 18 加上乙 $18 \times \frac{1}{2}$ ，

則寫成式子： $18 + 18 \times \frac{1}{2} = 18 \times (1 + \frac{1}{2})$

便是我們書中見到的公式：兩量之和 = 基準量 \times (1 + 比值)

$$\begin{aligned} \text{「假設甲和乙之和是 18」，將 } 18 \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) &= 18 \div \frac{3}{2} \\ &= 18 \times \frac{2}{3} = 12 \end{aligned}$$

將總和 18 去除上甲和乙的等份和，得到基準量甲。

看到這裡，應該會有點疑惑，基準量不是應該是乙嗎？怎麼會是乙呢？事實上，在比例中的基準量，是以「1」作為基準。換句話說，甲:乙 = 2:1 時，基準量是乙，若甲:乙 = 1:3 時，基準量是甲。

和文字敘述中「甲是乙的兩倍」，甲是比較量、乙是基準量是不同的。

我們看個例子會比較清楚:

若甲、乙兩數和是 12，若甲是乙的 3 倍時，甲、乙兩數分別是多少?

我們知道在文字敘述中，甲是比較量、乙是基準量。

將甲、乙關係用比例式表示，可以寫成:

$$\begin{aligned} \text{甲:乙} &= 3:1, \text{ 我們將總合 } 12 \text{ 除上 } 4 \text{ 等份, 得到式子: } 12 \div (3 + 1) \\ &= 12 \div 4 = 3 \end{aligned}$$

(我們可以將任何東西都等份成四等份，甲拿 3 份，而乙拿 1 份)

而這個 3 就是基準量乙，因為除了之後得到的是比例「1」的那個，所以才會將比例「1」那項稱基準量。所以，乙是 3，而甲是 9。

若我們將比例式改寫成:

$$\begin{aligned} \text{甲:乙} &= 1:\frac{1}{3}, \text{ 我們一樣將 } 12 \text{ 去等份, } 12 \div \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 12 \div \frac{4}{3} \\ &= 12 \times \frac{3}{4} = 9 \end{aligned}$$

因為這裡我們基準量變成了甲，所以求得出來的 9 是甲。

許多書上寫著的公式:兩量之和 \div (1+比值) = 基準量，便是這個道理。

但公式中的基準量指得是換成比例式後的基準量，而非文字敘述中的基準量，兩者不一定會相同，一定要注意。

※兩量之差的公式:

兩量之差 = 基準量 \times (1 - 比值) 或是 兩量之差 = 基準量 \times (比值 - 1)

基準量 = 兩量之差 \div (1 - 比值) 或是 基準量 = 兩量之差 \div (比值 - 1)

也都是同樣的概念，讀者可以再重新思考看看。

例如:哥哥體重是 60 公斤，妹妹體重是哥哥的 $\frac{3}{4}$ 倍，兩人的體重差了多少公斤?

換成比例式，妹妹:哥哥 = $\frac{3}{4} : 1$ ，兩人體重相差: $60 - 60 \times \frac{3}{4} = 60 \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 60 \times \frac{1}{4} = 15$ 公斤重。

例如:哥哥和妹妹體重差了 15 公斤，妹妹體重是哥哥的 $\frac{3}{4}$ 倍，兩人各是多重?

妹妹:哥哥 = $\frac{3}{4} : 1$ ，我們知道比例之差: $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 是 15 公斤。

故將 $15 \div \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 15 \div \frac{1}{4} = 15 \times 4 = 60$ (公斤)，是哥哥的體重。

妹妹則是 $60 - 15 = 45$ (公斤)。

小試身手:

1. 老闆說:「今天菠菜一斤 54 元，今天比昨天漲了三成五」，昨天的菠菜一斤是()元。
2. 媽媽和爸爸一起去慢跑，媽媽手腕上的計步器顯示了 7520 步，爸爸的步數是媽媽的 1.1 倍，爸爸和媽媽共跑了()步。

3.有一繩子長 32 公分，若想將繩子切成兩段，且長繩是短繩 7 倍，則兩繩會相差()公分。

4.偉峰玩遊戲後統計，勝利的次數比失敗次數多了 102 次，又勝利次數是失敗次數的 1.2 倍，則偉峰共成功了()次、失敗了()次。

延伸閱讀

在日常生活中，收費方式除了買賣雙方指定好價格後，兩邊一手交錢一手交貨，我們稱一次性收費。有另一種收費方式是以使用的次數或時間來決定收費標準，後來發展成租約型收費。從簡單租一個小時的車、租房屋一個月，到進階分段式的租約收費，如日常生活中手機通話收費方式如下：

4G 行動電話 588 型月租費，月繳 499，二年租約，含 4G 行動網路不限速無流量限制、網內(同家電信門號)用量共 40 分鐘免費，超過每分鐘 0.05 元、網外(不同家電信門號)用量共 40 分鐘免費，超過每分鐘 0.1 元、市話用量共 60 分鐘免費，超過每分鐘 0.1 元。

在這些訊息中，我們知道綁約後，月繳 499，當二年約到期後則是變成月繳 588(可能更多)。若爸爸手機使用了這個方案，一個月共打市話 40 分鐘、網內 60 分鐘、網外 30 分鐘，則爸爸需要付費：

$$499 + 0(\text{市話}) + 0(\text{網外}) + 20 \times 0.05(\text{網內})$$

$$= 499 + 1 = 500 \text{元。}$$

爸爸今天有約滿到期，又有一個新方案：

4G 行動電話 599 型月租費，月繳 520，二年租約，含 4G 行動網路不限速無流量限制、網內互打免費、網外(不同家電信門號)用量共 30 分鐘免費，超過每分鐘 0.2 元、市話用量共 40 分鐘免費，超過每分鐘 0.2 元。

那麼，爸爸該沿用舊方案續約，還是要選擇新方案呢？

前面的比較基準問題都只有一個考量因素，但在這個問題需要考量的因素變得多了，在網外、網內、市話三種通話的考量下去選擇哪個是比較優惠的方案。爸爸是網內通話常超過免付費時間且佔絕大部分的支出，則爸爸網內的費率則是優先的考量，它變成第一順位的基準量，則在 599 型方案中，則有網內完全免費的優勢。

但兩者月繳金額差距 21 元，換算 588 型網內共可以打 $40 + 21 \div 0.05 = 40 + 420 = 460$ 分鐘，也就是爸爸每個月網內通話時間要超過 460 分鐘換 599 型才會比較優惠。

在爸爸通話時間和上述都差不多的情況下。因此，建議爸爸還是沿用舊方案是比較好的。

單元練習(Exercise for section 4)

§ 4.1 (a) 妹妹今年的身高是去年的 1.05 倍，則稱去年身高為(

)、今年高身高為()。(請填基準量、比較量或比值)

(b) 去年稻米收成的 1.2 倍是今年的稻米收成量，則稱去年

稻米收成量為()、今年稻米收成量為(

)。(請填基準量、比較量或比值)

(c) 1.7 倍的甲等於乙，則甲:乙 = ()。(請化成最簡整數比)

§ 4.2 (a) 魔王對勇者說:「我現在的速度，已經是剛剛的 S 倍了

!」，若 $S = 1$ 時，魔王的速度()；

若 $S > 1$ 時，魔王速度變()；

若 $S < 1$ 時，魔王速度變()。(請填快、慢或一樣)

(b) 甲有土地 120 公頃，而乙有 540 公頃。則甲是乙的

() 倍(請以分數表示即可)，而乙又是甲的() 倍。

§ 4.3 根據統計，新學習的知識中在 1 個小時內會忘記 $\frac{50}{100}$ ，24

小時內會忘記 $\frac{70}{100}$ ，一個星期內會忘記 $\frac{90}{100}$ 。「遺忘」是正常

大腦機制，而透過反覆地複習可以讓所學的知識可以變成

長期的記憶。

根據上述，若新學習了單字 150 個後，一個小時還記得

() 個、一週後，() 個單字已經被遺忘。

§ 4.4 服務費(小費)(tip)，是指消費金額之外，額外給予服務員

的賞錢，有些亞洲地方則是會直接加在當次消費的總金額中(通常是總金額的 10%)(或是我們常聽到的「加收一成服務費」)，作為獎賞服務員的獎金。

孔先生一家到了餐廳吃飯，該餐廳要酌收服務費一成(另加總金額的 10%)。一共點了全家福套餐 6888 元、飲料 220 元、加點大龍蝦 1092 元，加上服務費後孔先生共需付()元。

註:也有餐廳收了服務費但是是併入餐廳收入中的，每個地方做法不同。

§ 4.5 營業稅，是指公司在販售商品、勞務時，政府徵收總銷售

額的一定比例做為稅收。如果現在營業稅 5%，甲公司開出了共 150500 元的發票，它的營業稅是()元。

§ 4.6 颱風來襲，大雨淹沒了西瓜田。農民黃先生看了看直搖

頭，直呼會有四成的瓜苗會壞死，黃先生有 200 株西瓜苗，一株苗可以產生 4 顆西瓜來算，黃先生至少少了()顆西瓜的產量。

§ 4.7 百貨公司周年慶，鞋子全面 7 折、衣服全面 85 折，若折

扣前單次消費滿 2000 元以上，最後再打 95 折。媽媽在精品櫃位挑了衣服兩件共 1240 元、一雙鞋子 590 元，及另一雙鞋子 990 元。若一次買這些，打完折後，媽媽共需付()元。

§ 4.8 量販商店正在特價衛生紙，其中 A 牌衛生紙有二種不同類型的包裝。

第一種是一袋 12 包、每包 200 抽，售價 630 元；

第二種是一袋 10 入、每包 250 抽，售價 680 元；

第一種每一張衛生紙是()元、第二種每一張衛生紙是()元。(請四捨五入至小數點後第三位)

第一種每一元可買()張衛生紙、第二種每一元可以買()張衛生紙。(請四捨五入至小數點後第三位)

若要購買 A 牌衛生紙時，在兩種衛生紙無其他差異情況下，選擇第()種是比較划算的。

§ 4.9 弟弟昨天看電視和玩手機共花了 $1\frac{3}{4}$ 小時，是運動時間 1.4 倍。弟弟昨天運動花了()分鐘。

§ 4.10 勝哥自行車環島，第一天騎了 118.4 公里。第二天因為風很強，比第一天少騎了 $\frac{7}{16}$ 公里，則兩天共騎了()公里的路。

§ 4.11☆ Jason want to buy a cellphone that is on sale with a 20% discount.If the sales price is US \$168,what was the original price?

§ 4.12[☆] Kenney got a 15% discount on a sweater and a 45% discount on a coat. If the original price of the sweater was \$100 and that of the coat \$80, how much did Kenney pay for both items?

§ 4.13[☆] David bought 4 fish burgers for himself and three friends. He used a 25% off coupon for one of the fish burgers. The total price, after the coupon was applied was US\$8.25. What was the original price of a fish burger?

第5章 比例尺(ratio scale)

- 1.眼前的一望無際的大沙漠、那高聳入雲的大樓，印成了只有手掌大小的照片，人在畫面中只是粒芝麻大小。
- 2.登山隊一行人在休息處，打開了地圖，隊長正在評估，今天晚上前要在哪裡紮營呢？還剩下幾公里的路呢？
- 3.媽媽畫了一張室內設計圖，設計了未來的家，衣櫃、冰箱、桌子…。
- 4.阿青手畫了屬於她們班女生象徵友情的標誌 $3\text{cm} \times 3\text{cm}$ ，打算印在衣服上，老闆建議阿青給他 $8\text{cm} \times 8\text{cm}$ 大小的圖。

a. 圖的縮小與放大

在電腦科技上，圖形的放大、縮小、複製都不再是難事。但在今天手繪、製圖上，我們要做到這些都是有相當困難度的。

在開始放大與縮小圖之前，我們要先能夠複製出一樣的圖。於是有人在想要複製的圖形上畫上了大小一樣的格子(無數條等寬的直線、橫線)，將圖形的頂點點出來。在另一張想複製的紙上，繪製上格子，描上相同的頂點，再將線段連接。

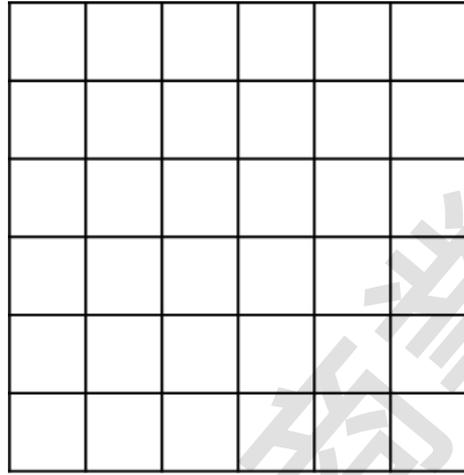
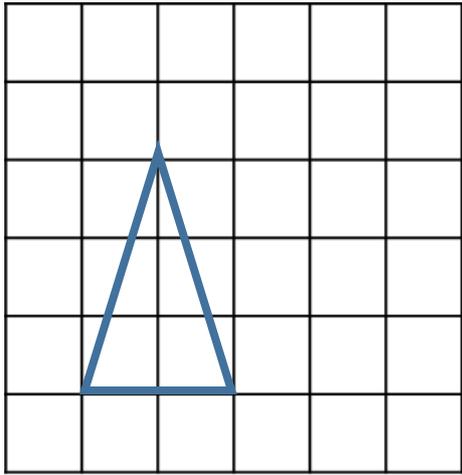
仔細檢查頂點位置、點之間的線段長、兩線段之間的夾角是否都一樣。

如果要將一個圖形等比例放大或是縮小，也是讓以前的人傷透腦筋。於是一樣也畫上等距離的橫直線，以其中一個頂點出發。測量那個頂點到其他頂點位置，依比例縮小，兩線夾角度數不變

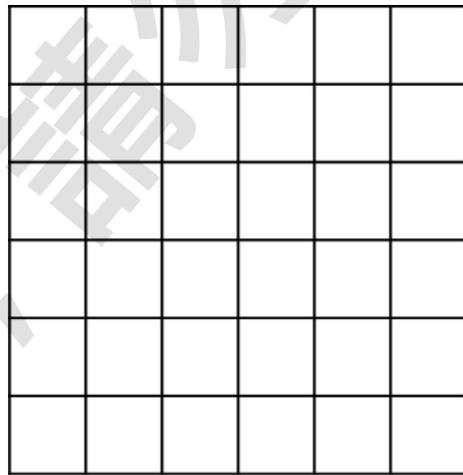
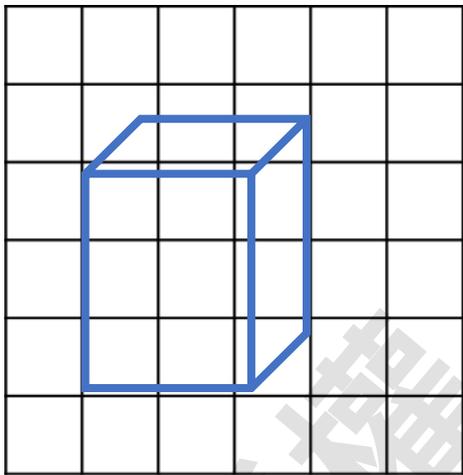
下，循序漸進至全圖，前人成功縮小/放大了圖形。版權所有，翻印必究

小試身手:

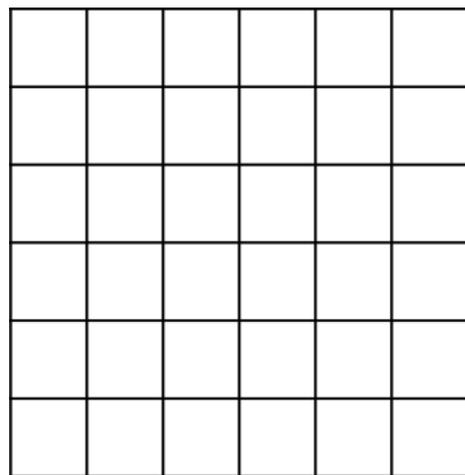
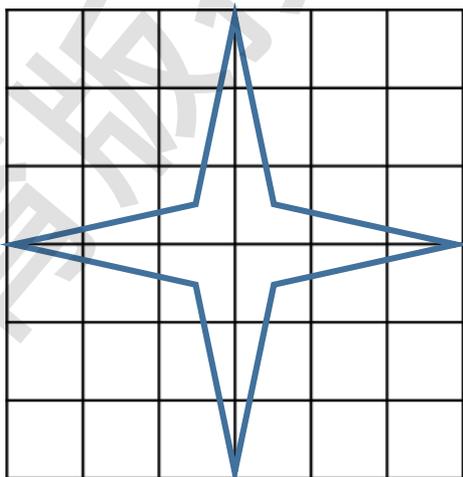
1. 請參照左圖後畫出 2 倍放大圖。



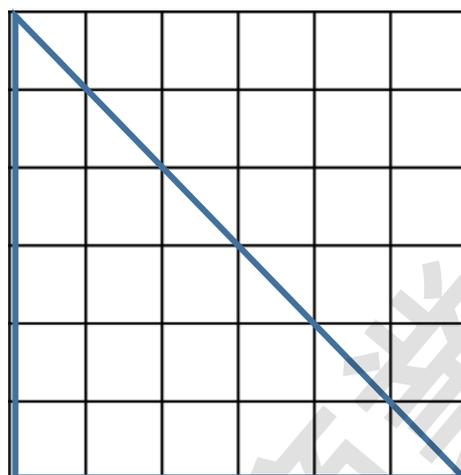
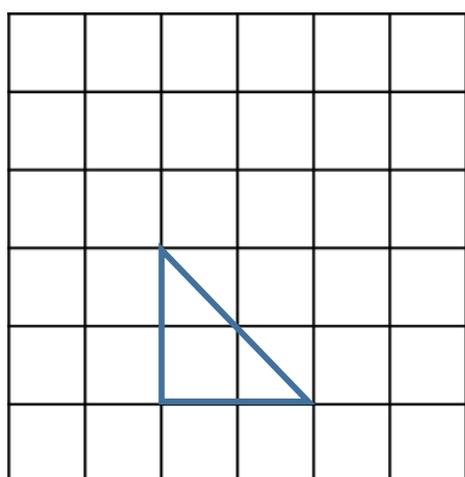
2. 請參照左圖畫出一樣大小的圖。



3. 請參照左圖畫出 $\frac{1}{3}$ 倍的縮圖。



4. 左圖面積是右圖面積的()倍。



b. 比例尺

◎比例尺(或稱縮尺), 常用於表示圖紙上與真實數據的轉換, 例如: 圖紙上的一公分, 是實際長度的一公尺。我們把地圖長度與實地距離的比稱為比例尺。

◎常見的比例尺的表示法: 比、比值、圖示。



例如: 有一條道路是 5 公里, 畫在在地圖上是 2 公分。

比的表示: 5 公里 = 500000 公分, 2 公分: 500000 公分 =

1: 250000, 比值的表示: $\frac{1}{250000}$ 。

◎圖示的表示:每一格代表一公分，比例尺一般從左往右，在末端寫上實際總長。



或是 (每一間隔實際為 1 公分)



小試身手:

1.原圖與其縮圖之間的關係，下列選項哪些正確?()

(甲)(若圖有邊)兩圖的對應邊呈比例關係。

(乙)(若圖有角)縮圖的對應角呈比例縮小。

(丙)若縮圖是原圖的 $\frac{1}{2}$ ，面積也會是原圖的 $\frac{1}{2}$ 。

(丁)若縮圖是原圖的 $\frac{1}{2}$ ，周長也會是原圖的 $\frac{1}{2}$ 。

(戊)假設縮圖是原圖的 $\frac{1}{2}$ ，若再將縮圖縮小 $\frac{1}{2}$ 倍、原圖放大 2 倍，則新縮圖是放大原圖的 $\frac{1}{4}$ 倍。

2.(1)在 1:100 比例尺的地圖上，現實中 20 公尺的直線，地圖上是()公分。

(2)1:5000 比例尺的地圖上，地圖上 3.5 公分的直線，現實中是()公尺。

(3)在 1:1000 比例尺的地圖上，地圖上有個長 2 公分、寬 7.5 公分的游泳池，實際上的游泳池面積是()平方公尺。

3. 在 1:50000 比例尺的地圖中，將長 390 公尺、寬 1200 公尺的方形建築物，畫入該地圖中，則它的長是()公分、寬是()公分。

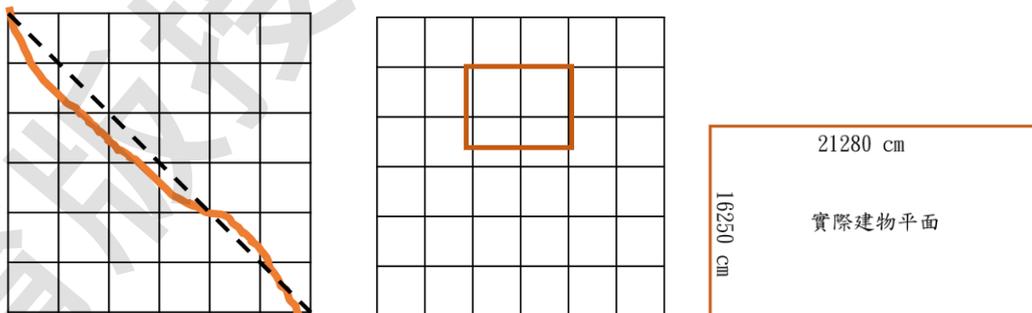
4. 在 1:10000 比例尺的地圖上一條長 12 公分，實際距離是()公尺，以速率 40 公尺/分前進，至少要()分鐘才能走完。

5. 下圖的比例尺的比是()。(若以電子檔閱讀，總長請以 10 公分計)



c. 地圖中的比例尺

在地圖上看比例尺，因為我們經常移動的路線不是直線，我們在估計實際距離上時常會有極大的誤差，但是比例尺也是可以用以估計距離的一種方法。



關於誤差，舉個例子來說：

長 212.8 公尺、寬 162.5 公尺的矩形建物，在 1(公分):100(公尺)的比例尺地圖上只能表示成長 2.128 公分、寬 1.625 公分的

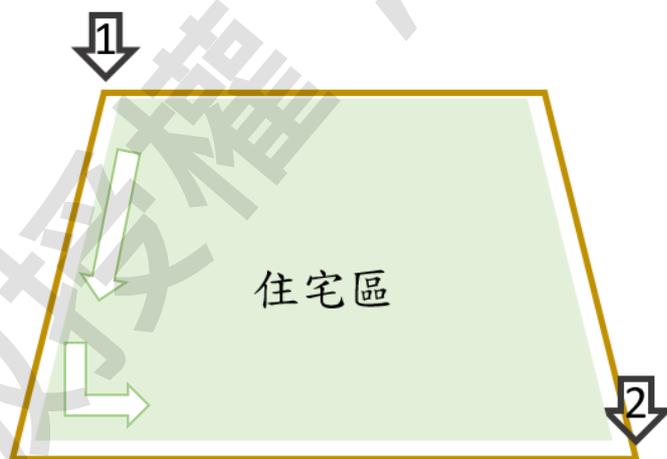
長方形區塊。在尺的刻度上，我們也只能判斷約是長 2.2 公分、寬 1.6 公分。

而與實際上產生長 $220 - 212.8 = 7.2$ 公尺的誤差，寬 $162.5 - 160 = 2.5$ 公尺的誤差，我們試想若是比例尺更大，誤差會變得更大。

若我們今天改成 1(公分):1000(公尺)，也就是 1 公分比上 1 公里，將上述例子單位變成公里，長 7.2 公里的誤差，在登山活動中造成錯誤的判斷，在比例尺的使用上，要非常小心誤差。

小試身手：

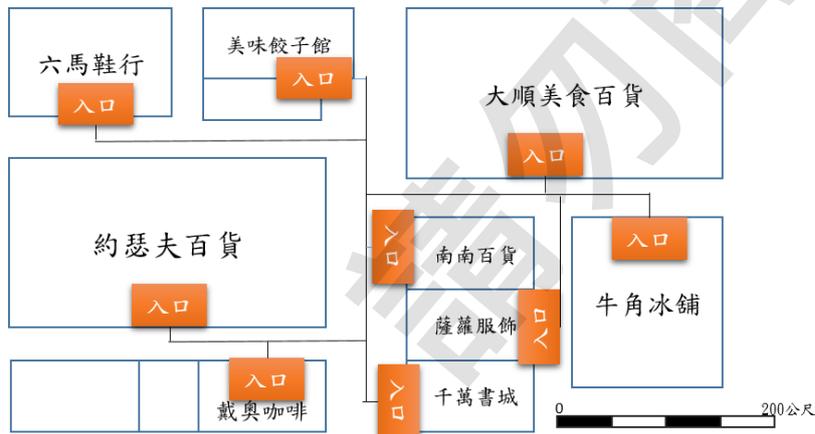
1. 在 1:50000 的比例尺中，如附圖所示，住在箭頭 1 的小野先生前往箭頭 2 的鈴木先生家，小野先生沿著道路直線前進，兩人的家實際距離是()公尺。(電子檔版本路線總長請以 15 公分計)



2. 小青畫了張小鎮的平面比例縮圖，一條筆直長 1 公里的道路，在小青的平面圖中是 2.5 公分，請問小青使用的比例尺是()。

3.在比例尺 1:50000 中的地圖中，3.025 公里長的直線道路在地圖上是()公分(請四捨五入至整數位)，若再將地圖上道路依比例尺推算實際道路長度，則會有誤差()公尺。

d. 應用問題



在比例尺的應用問題中，對地圖東南西北位置的判讀、與目標的距離、前往所需要的時間、對地圖上面積評估…等等都是比例尺中常見的應用。

在上圖中，在牛角冰舖的小美如何告訴在約瑟夫百貨的大黃前往牛角冰舖？

小美會說，一出約瑟夫百貨公司後，往左手邊直走，往南南百貨左轉，繼續直行到南南百貨的叉口右轉後再直行，牛角冰舖在你的右手邊。

小試身手:

1.(1)甲在乙的正西方 10 公尺，丙在甲的正東方 5 公尺，則丙在乙的正()方()公尺。

(2)甲在乙的右手邊方向 8 公尺，丙的正後方 10 公尺是甲，而丁在丙的右手方 5 公尺，則乙在丁的()方。(請填右後、左後、右前或左前方)

2.如圖所示，大屯山到二子坪遊客服務站實際的直線距離是()公里。(圖中直線請以整數計)

(電子檔版本直線請以 4 公分計)



3.阿昌慢跑的距離在手機地圖上一量是 1.5 公分，比例尺是 1:40000，共花了 1 小時又 20 分鐘，阿昌這趟慢跑的速率是()公尺/小時。

e. 比例尺的選用

比例尺的使用，常和直尺一齊使用，若我們在圖紙上的長度有比 0.1 還小的長度，例如：1.12cm。那麼，在比例尺放大後，會產生相當的誤差。

對不同的比例尺，我們有稱呼大比例尺、小比例尺。

◎一般而言，比例尺換成比值時，分子習慣以 1 為單位，則分母越大，我們則稱這種比例尺是小比例尺。

◎相反地，如果分母越小，則是大比例尺。

我們常用十萬分之一來做區隔(可能不同地區有所不同)，比十萬分之一還大就稱小比例尺，比五十萬分之一還小的，稱大比例尺。

$$\text{大比例尺} \leftarrow \frac{1}{10 \text{ 萬}} \sim \frac{1}{50 \text{ 萬}} \rightarrow \text{小比例尺}$$

◎大比例尺常用於描繪鄉鎮等範圍較小的地方，而小比例尺習慣用在全球地圖上、範圍較寬廣的地圖。

大、小比例尺都有不同的使用目的，現在幾乎都是搭配使用，從小比例尺地圖中找到指標景點、道路後，選用大比例尺的地圖作路線規劃。

小試身手:

1. 地圖上有兩地距離 120 公里，圖上是 24 公分，地圖的比例尺是()。

2.在地圖上，爸爸開車以時速 60 公里/小時直線前進了 0.5 個小時，在導航地圖上共直線移動了 12 公分，則導航底圖上的比例尺是()。

3. (請填大或小)

(1)1:5000000 算是()比例尺，1:100 算是()比例尺。

(2)若在城鎮中，要尋找某一個街道中的一家甜點店，在地圖中用()比例尺比較適合。

(3)若要尋找某條跨好幾個國家的道路，地圖中先用()比例尺比較適合。

延伸閱讀

在一定時間期間內，一單位面積土地上(一般常用每平方公里)，有多少人口，我們稱人口密度(Population density)。台灣人口密度在 2021 年 10 月統計是每平方公里 647 人，或許很難想像一平方公里多大，但我們知道 1 平方公里等於 1,000,000 平方公尺，也就是一百萬平方公尺的土地上會有 647 人。平均每個人可以分 $\frac{1000000}{647} \approx 1545.6$ 平方公尺的土地，在台灣約 40 公尺×40 公尺大的土地上有一個人。

人口密度，可以作為都市、城鎮計畫的參考依據，也是許多資源分配、商業規劃的重要考量因素。在計算人口密度時，人總是會不停地移動，像是過年返鄉、暑假出遊、外地念書大學生返家等都有可能影響數據。

有人就這麼問，我只想知道這片地區內的人口密度？該如何得到呢？

要把大家都圈起來一個個數嗎？於是有人想到了一個方法，他將圈起來的範圍切割成了數個面積相等區塊，實際調查了數塊區域的人數後，依比例放大推估原來範圍的人數。

例如：一個長 10 公里、寬 6 公里矩形大小的地方，切成了 10 個大小相等的區塊，統計後發現其中兩塊人數分別是 350 人、250 人，共 600 人。推估該地共有 $600 \times 5 = 3000$ 人，每 60 平方公里有 3000 人，即每平方公里 50 人。

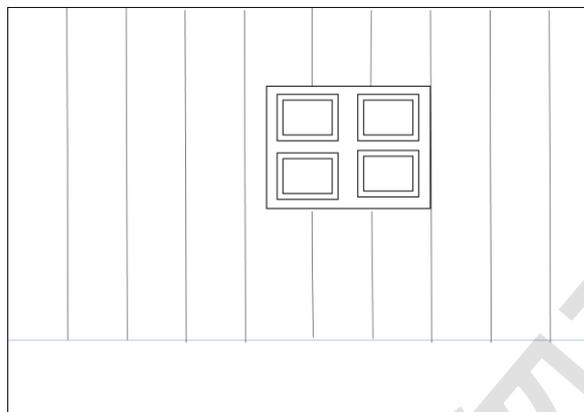
這類方法在生物統計中，推估該地方有多少生物、植物也多有使用，如捉放法、樣區法等。

我們也常在地圖上標示這些動物的狀況，例如：每平方公里 1.7 隻梅花鹿，我們在地圖上標示一隻梅花鹿，每平方公里 3.4 隻梅花鹿，我們在地圖上標示兩隻梅花鹿，於是我們就可以知道整個梅花鹿族群分布況狀，牠們是不是變少了？還是變多了？或是遷徙到哪去了？

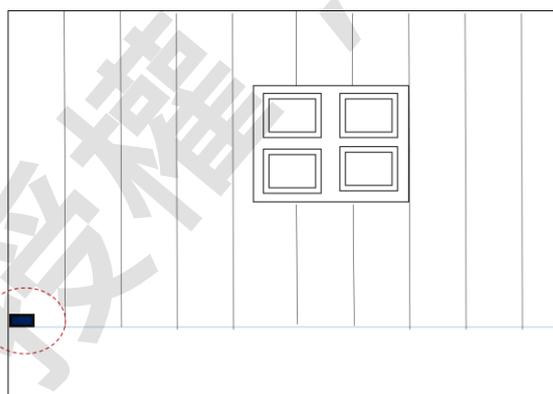
在上述的問題中，「某片區域」的面積，在真實世界中是多邊形且不規則的，到底如何得知它的面積？有人便想到以地圖來估算後，再以比例尺放大，雖然依然有誤差在，但也是一個方法。

延伸閱讀 2:

日常生活中其實也有很多的「比例尺」可以運用，若是我們想測量如下圖的一面牆的長度，可以用圖中的「窗」作為比例尺，我們可以透過相機拍照，以窗的實際大小衡量牆面。



要注意的是拍照時兩旁會有微幅彎曲的效果，會有一點誤差(像差)。或是我們可以放上我們可以掌握的實物作為「比例尺」，例如：餅乾盒子、人等，緊靠牆面(若是離牆有距離則會有誤差)，來衡量牆面大小。



例如上方照片中，我們找到和圖中圈起來的盒子一樣大小的盒子。若盒子 15 公分，則牆面共約有 12.8 個盒子長，則推測圖片中的牆面長度 $15 \times 12.8 = 192$ 公分。

不妨嘗試找出照片、影片，或在卡通動畫、電視劇中估算出主角的身高、寶劍的大小、皇宮有多高等等，比例尺不是只有 1 公分才能比呢!

單元練習(Exercise for section 5)

§ 5.1 (a) 甲圓直徑 15 公分，乙圓半徑 5 公分，乙圓是甲圓縮小
() 倍的樣子，甲圓面積是乙圓面積的() 倍。

(b) 有正方形甲、乙，甲的面積是乙的 4 倍，甲是乙的()
倍放大圖。

(c) 甲圖是原圓的 4 倍放大圖，乙圖是原圓的 $\frac{1}{4}$ 倍的縮圖，
甲圖是乙圖() 倍放大圖。

§ 5.2 (a) 在比例尺 1:400 的地圖上，地圖上 2.5 公分，實際上是
() 公尺。

(b) 在比例尺 1:1000000 的地圖上，現實中長 394 公里的台
灣，在地圖上是() 公分。

§ 5.3 在比例尺 1:2500 的地圖上，底 3.2 公分、高 4 公分的三角
形，實際面積是() 平方公尺。

§ 5.4 如下圖所示，台鐵五權站到台中站直線距離，實際上是
() 公里。(測量請以整數計算)

(電子檔版兩點距離以 12 公分計)



(截圖至林務局開放地理資料)

§ 5.5 (a) 下圖的比例尺的比是()，比值是()。

(電子檔版每一間隔請以 1 公分計)



(b) 丁在甲前面 5 公尺，丙在甲右邊 10 公尺，乙的後面 5 公尺是丙，則丁的右後方是()。

§ 5.6 有一個正方體建築物邊長都是 250 公尺，畫在平面地圖上成一個正方形。若將它畫成邊長只有 5 公分的正方形，該使用()的比例尺。

§ 5.7 在 1:1500 的比例尺地圖上，12 公分長的直線道路，若以 5 公尺/秒的速率行駛在上面，需要()秒。

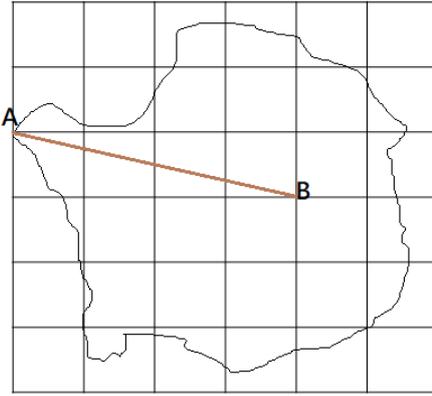
§ 5.8 在 1:3000 的比例尺地圖，現實中 123456 公分的直線在地圖上是()公分(四捨五入至小數點後二位)，若再以地圖上的長度依照比例尺換回實際長度後，誤差有()公分。

§ 5.9 在 1:5000 的比例尺地圖中長 18 公分的直線，在 1:15000 的比例尺地圖中是()公分。

§ 5.10 在 1:2500 比例尺地圖中，有個正方形建物面積是 2500 平方公分，實際上它的面積是()平方公里。

§ 5.11 ☆ Jennie and Paul checked a 120:1 scale floor plan of their new house. The dimension of their bedroom in the scaled plan were 3.4 cm by 4.5cm. What was the area of bedroom in the real world?

§ 5.12☆ The scale of the map is 1 inch:1.5 miles. Find the actual distance from A to B. (電子檔版兩點間請以 5 公分計)



第6章 統計圖表(statistical chart)

1.老師終於批改好了班上的考卷，1號95分、2號85分、3號91分、4號78分…老師要怎麼判斷班上考得好不好呢？老師又如何向校長報告這次成績比較好呢？

2.班上同學這次考了個不錯的成績，班導師決定請大家喝飲料。

「只要是飲料菜單上的都可以唷，點自己想喝的。」老師說。

班長負責調查大家想喝的飲料。

班導師問了班長，總共多少錢呢？「大家點了什麼呢？弄一張清單給我，記得大家都要問到喔。」

如果你是班長你會怎麼弄一張清單給老師呢。

3.雜誌、新聞報導上常說著，「根據調查…」、「根據統計…」

，然後有個圖表、有個圖示顯示分配比例。

我們的生活中，充滿各種訊息，例如關於你的數學成績，「統計圖表單元第一次小考80分」、「統計圖表單元的作業有三分之一不太會寫」、「安親班小考統計圖表單元的分數:60、55、75」，將這些資料彙整、統計、分析後稱「資訊」，我們可以靠這些資訊來找到自己的問題，然後調整、修正自己。

在商業行為中，賣方也會調查買方對產品的興趣。在甲城鎮中，喜歡吃麵的人有都少人？喜歡吃麵的人年紀如何？喜歡油麵、意麵、寬麵、米粉等等哪種？一餐願意花的餐錢有多少？麵的风格偏好台式、日式、韓式呢？

想在甲鎮開麵店的老闆，透過這些資訊，去設計出適合甲鎮的菜單。

第一次受邀參加同學生日派對的小美女佳嘉，正在翻著雜誌上的建議穿搭方式，上頭寫了很多統計資料「十大 NG 穿搭」、「生日配對穿搭大調查」、「生日禮物你送什麼呢？」，佳嘉看了雜誌的調查數據，在生日派對上不失禮儀，留下一個不錯的回憶。透過這些例子，統計圖表在日常生活中已漸漸扮演了重要的角色，不僅要看得懂各類的圖及它背後的意思，更希望讀者自己有能力製作出統計圖表。

統計圖是統計表以圖形化方式呈現數據的方式，常見有長條圖、折線圖、圓形圖等，或是以混合方式一齊出現。

下表是六年甲班同學調查最喜歡的科目，我們取得資料是未經整理、非常混亂的。

數學	國語	體育	體育	音樂
社會	英語	國語	資訊	資訊
英語	自然	美勞	美勞	美勞
數學	英語	體育	社會	社會
自然	社會	體育	體育	數學
音樂	國語	數學	資訊	英語

我們將表格整理分類(classification)，將喜愛相同科目的統計在同一個表中，稱次數分配表(frequency table)。

科目	國語	英語	數學	自然	社會	音樂	美勞	體育	資訊
次數	3	4	4	2	4	2	3	5	3

在這裡，我們將資料可以簡單分為兩種，一種它有名字、屬性、形容詞的特徵，我們稱它為屬質資料(qualitative)。另一種，它的特徵是數量、數字的描述，我們稱屬量資料(quantitative data)。

上述的六年甲班同學最喜歡的科目的調查，就屬於屬質資料(又稱類別資料)(category data)。

屬量資料，像是某地的一年降雨量統計表(如下表)、營業收入統計等等。

月份	1月	2月	3月	4月	5月	
降雨量(mm)	120	95	102	92	150	
6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
220	304	350	450	155	102	109

a. 長條圖(bar chart)

屬質資料的統計圖有長條圖、圓形圖及柏拉圖，現階段我們以討論長條圖和圓形圖為主。

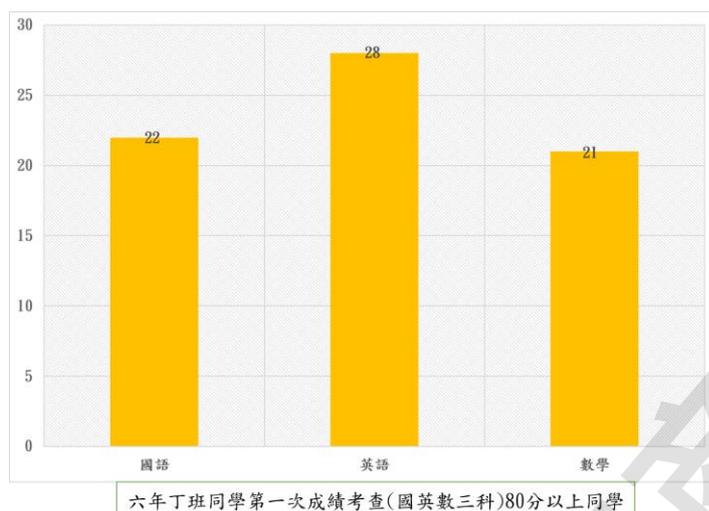
而屬量資料的統計圖常用折線圖、直方圖、莖葉圖、盒狀圖等等，我們在小學階段以學習折線圖為主，剩下的統計圖會在國中階段介紹。

註:有一點在建置表格時非常重要，資料對上表格上的分類都必須是唯一不重疊，不可以出現同時分給兩個以上的組別的情況，那麼這樣分組會造成數據判讀上的問題。

例如:調查某班上同學對甲、乙兩位老師的喜歡程度，有同學選了甲老師，也有同學選了乙老師，還有同學一次選了兩位老師，那麼製作統計表時，同時選了兩位老師的同學會造成編制表格上的問題，不能夠真實反映班上同學對哪位老師是比較偏愛的。

◎長條圖(bar chart)由許多條平行長方形條組成，長度代表次數。長條間留有縫隙，代表這些屬質資料彼此是沒有關係的。長條圖一軸放置項目名稱，這些項目稱是可以任意放置，彼此之間沒有順序關係(當然也可以依照閱讀習慣編制)，另一軸則放置資料數量，數量需由下而上或由左向右、小而大、等間距排列(例如:12、

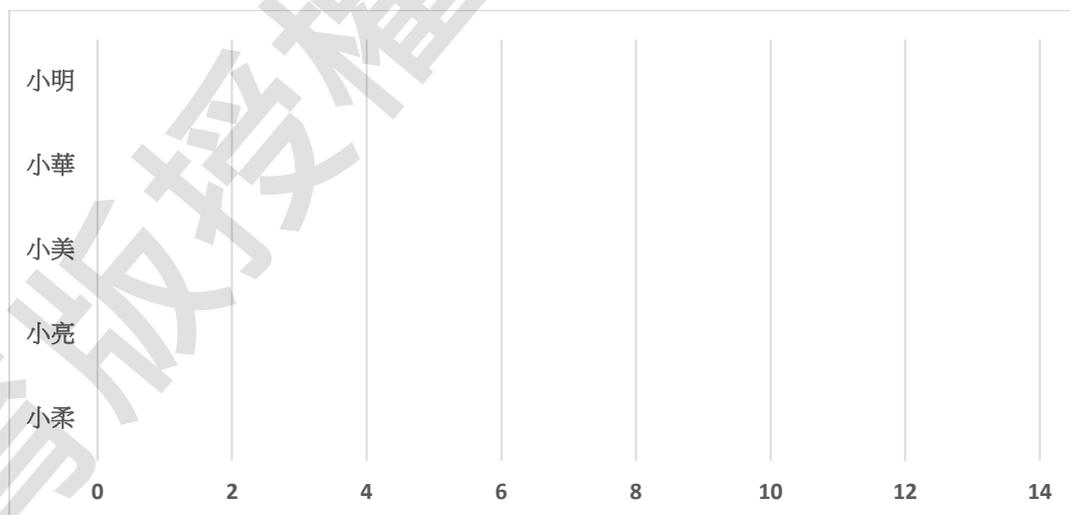
14、16、18…;又例如:20、40、60…等等),長條長短代表項目的次數多寡。



小試身手:

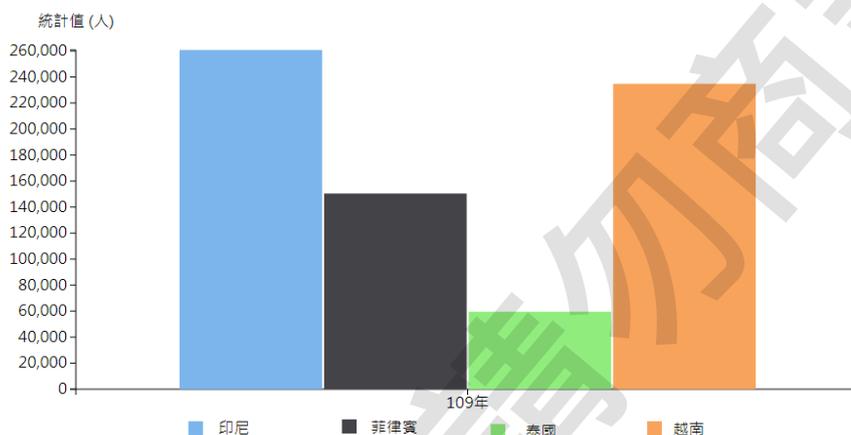
1.下表是六年二班上學同學期請假天數統計,請參照下表,完成長條圖。

姓名	小明	小華	小美	小亮	小柔
次數	5	12	4	8	7

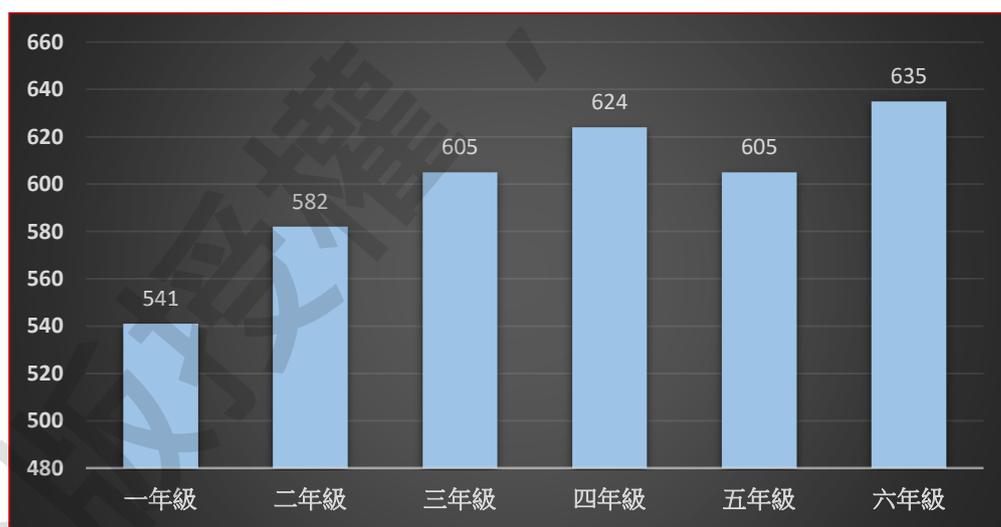


2. 下方長條圖是 109 年外籍勞工在台灣的人數統計，請依圖表回答下列問題：

- (1) 109 年在台最多的外籍勞工是() (請填國家)，共約有 () 萬人。(請以整數表示)
- (2) 109 年外籍勞工來自印尼、泰國及越南三個國家共約有() 萬人在台工作。



3. 下方是金雄國小各年級人數統計，請依圖表回答下列問題：

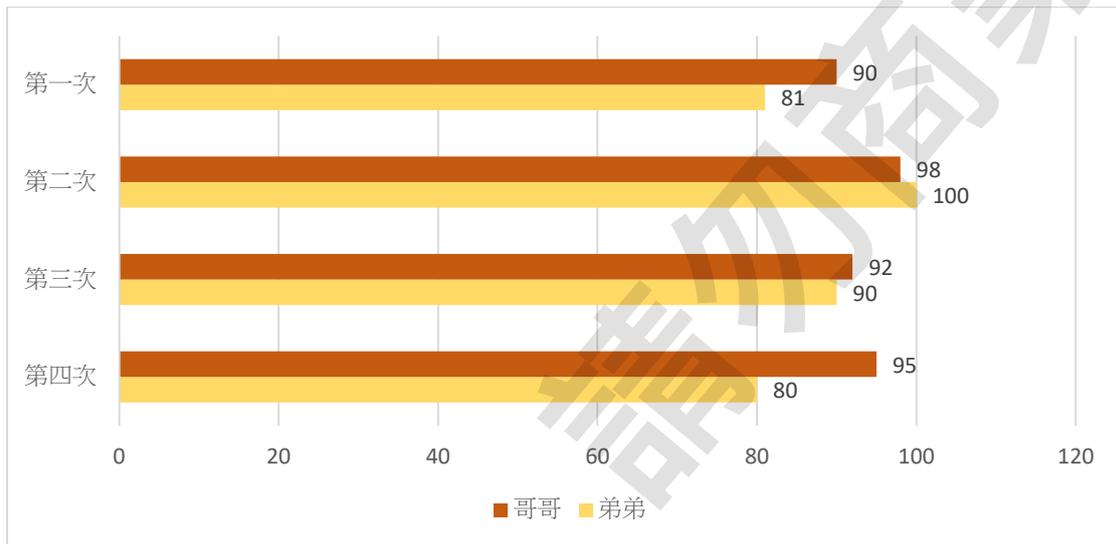


- (1) 金雄國小中，人數最多的是() 年級，人數最少的是() 年級。
- (2) 金雄國小全校共(3592)名學生，高年級(五、六年級)共有 () 人。
- (3) 金雄國小已經連續()年招收學生連續減少。 版權所有，翻印必究

4. 下方長條圖是雙胞胎哥哥和弟弟在學校最近數學小考成績統計

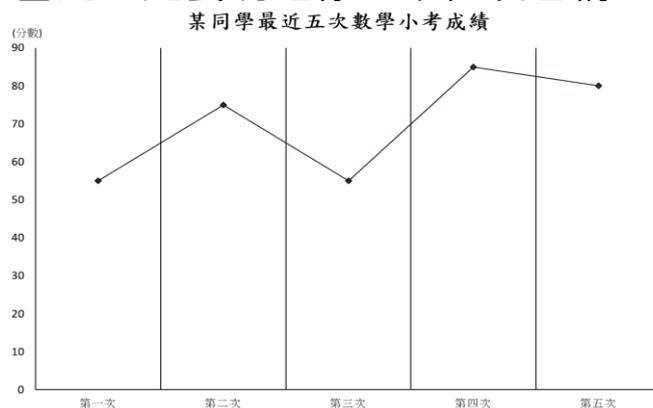
，請依照圖表資訊回答下列問題：

- (1) 成績達 90 分以上的，哥哥有()次，弟弟有()次。
- (2) 四次小考統計中，哥哥和弟弟分數差距最多的是第()次小考。
- (3) 依圖表結果，()的成績表現比較好。(請填哥哥或弟弟)



b. 折線圖(line chart)

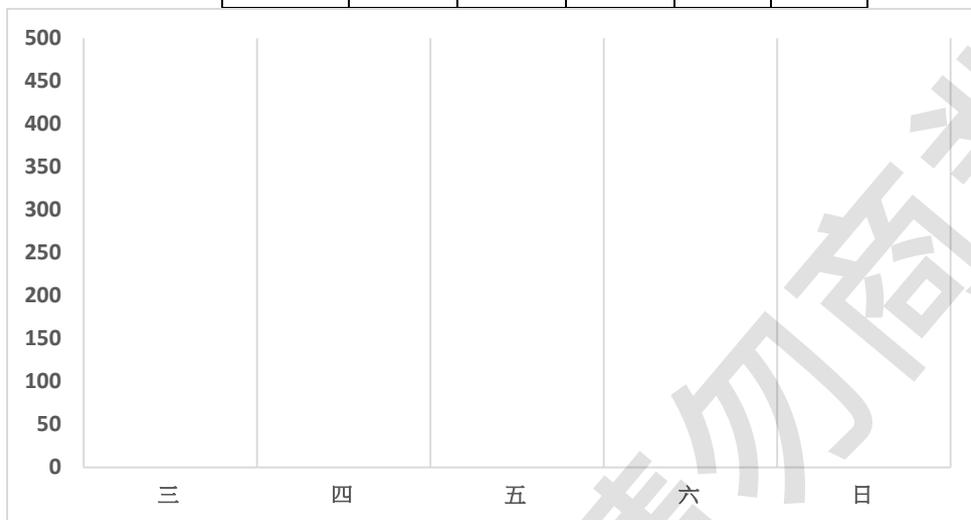
是由統計次數表中的對應在圖上的資料點，將每個資料點以直線連接而成。折線圖常用以表述數據中因為時間、順序的改變關係，縱軸(vertical axis)、橫軸(horizontal axis)雖然沒有規定如何放置，但我們通常習慣將欲比較、強調的放置於橫軸。因兩軸可能都是數字表示，因此一定要明確標出單位及名稱。



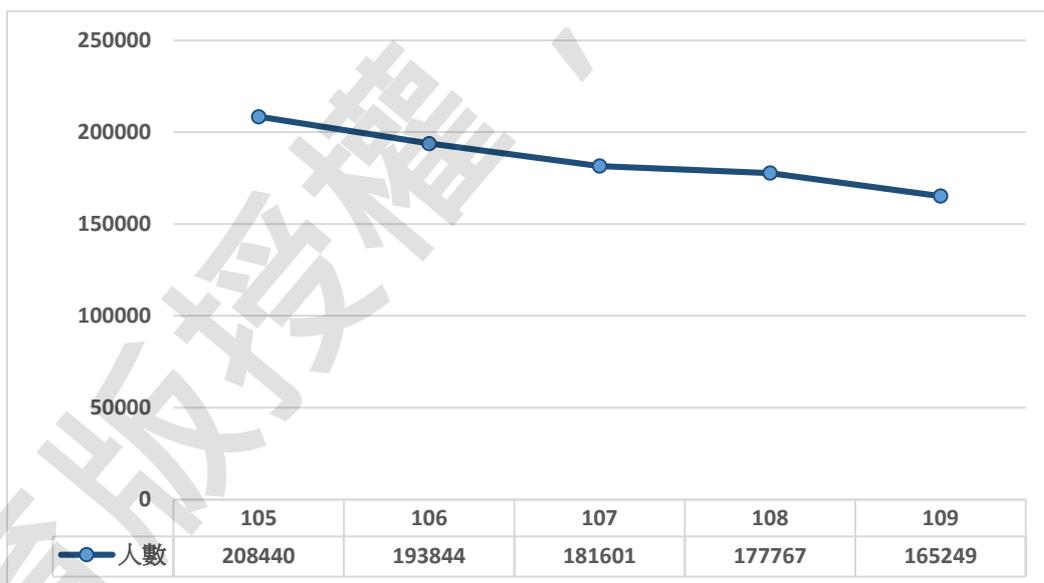
小試身手:

1. 下表是熱熱珍奶專賣店的售出珍奶杯數一周統計(周一、二公休)，請參照下表，完成長條圖。

星期	三	四	五	六	日
杯數	230	212	450	302	295



2. 下統計圖表是內政部公布民國 105 年至 109 年，全國嬰兒出生數，請依圖表回答下列問題:

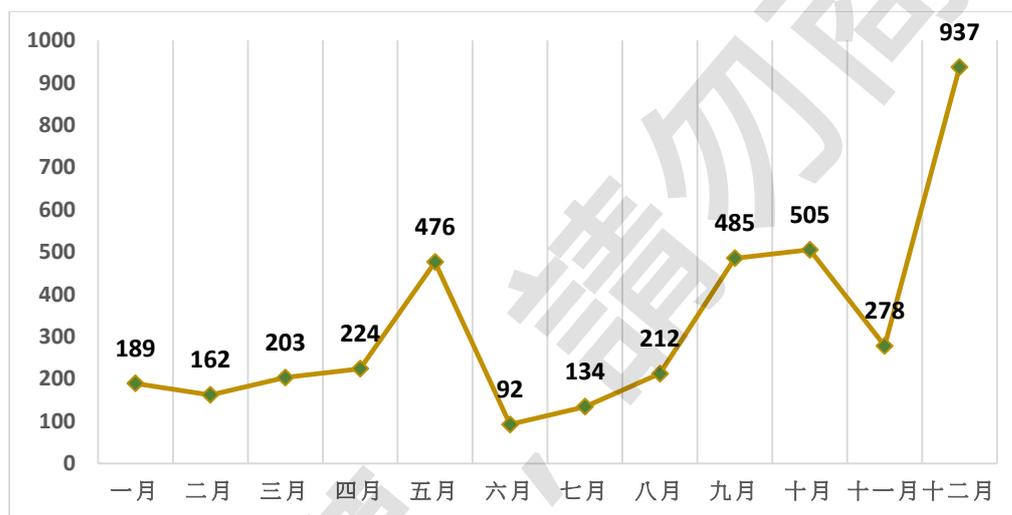


- (1) 在這五年內，出生嬰兒最多的是第()年，最少的是第()年。
- (2) 第()年起，出生嬰兒不足 18 萬人，105 年和 109 年出生嬰兒數相比，出生嬰兒數差了()人。
- (3) 從圖表中判斷，每年出生嬰兒數不斷的()。(請填減少或增加)

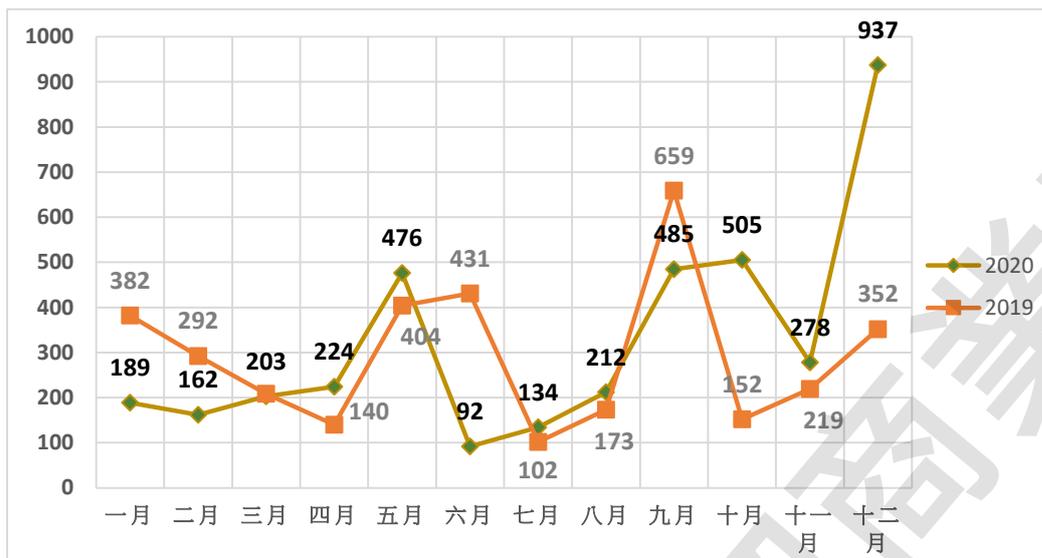
3. 下圖是基隆地區 2020 年降雨量(毫米)統計折線圖，請依圖中

資訊回答下列問題:

- (1) 基隆地區在 2020 年，下最多雨的月份是()月、雨下得最少的月份是()月。
- (2) 基隆地區在 2020 年共下了()毫米，其中有()個月份降雨量突破 300 毫米。
- (3) 春(一至三月) 夏(四至六月) 秋(七至九月) 冬(十至十二月)四季中，2020 的基隆地區，()季的雨量最多。



4. 下圖是基隆地區 2019、2020 年降雨量(毫米)統計折線圖，請依圖中資訊回答下列問題:



- (1) 2019 和 2020 年基隆地區，降雨量一樣的月份有()月，降雨量差距最大的月份是()月。
- (2) 春季(一至三月)2019 年的降雨量較 2020 年()，冬季(十至十二月)2019 年的降雨量較 2020 年()。(請填多或少)
- (3) 2019~2020 降雨量破 200 毫米的月份:()。

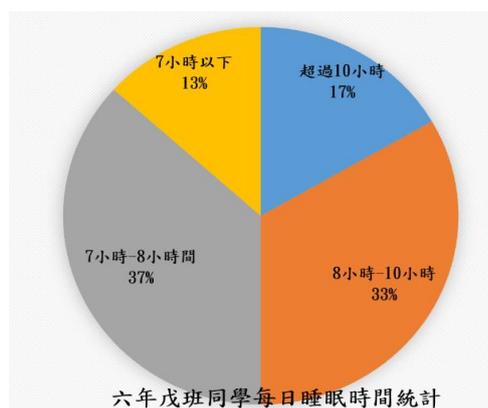
C. 圓形圖 (pie chart)(circle graph)

又稱餅狀圖、圓餅圖，將圓分割數個大小扇型面積來表示統計數據。主要有兩種類型，一種面積代表各部分的統計數量(圖一)、一種代表各部分的百分率(圖二)。前者稱次數圓形圖，後稱百分數圓形圖。



六年戊班同學每日睡眠時間統計

(圖一)



六年戊班同學每日睡眠時間統計

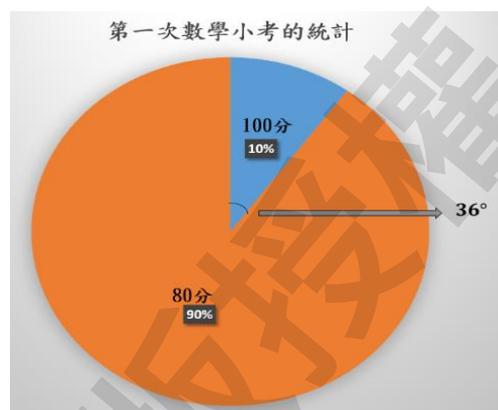
(圖二)

◎**次數圓形圖**，算是百分數圓形圖前的半完成品，以粗略地以次數多少來劃分扇形，這種圓形圖對於項目不多、差距很大的情況下可以使用(例如:班級中男女生統計、班級中數學考試及格與不及格統計)，如果次數大家都差不多、且項目很多時(例如:班級學生出生月份統計)，應採用百分數圓形圖。

註:現今所稱圓形圖，多講得是百分數圓形圖居多，次數圓形圖算較不正式的統計圖表。

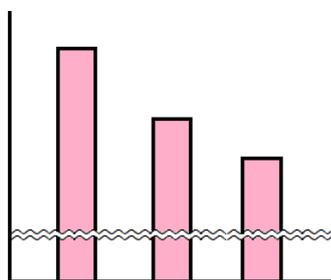
◎**百分數圓形圖**，將圓面積依所占百分比分割成數個大小不等的扇形。計算出每項目和全部的比值(百分比)，再將整個圓周 360 度等分 100 等分，精準分出各組資料占全部資料的扇形大小。

例如:第一次數學小考的統計，甲班共有 10 人，100 分同學有一人，剩下 9 人都是 80 分。我們嘗試畫出它的百分數圓形圖。



100 分同學有一位，他占了整個班級的 $\frac{1}{10}$ (或 10%)。接著，我們要計算出它在整個圓周 360 度的比例， $360^\circ \times \frac{1}{10} = 36^\circ$ 知道這個扇形圓心角是 36° ，接著任意畫出半徑，以量角器量出 36° 後，畫出另一條半徑，便是 100 分同學所占 10% 的扇形。

註:在長條圖、折線圖中，會以連續「 \approx 」符號來表示省略，當圖表中受限刻度限制無法呈現時，常以省略符號表示部分刻度。



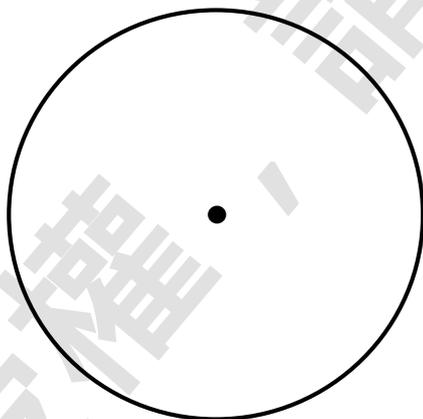
小試身手:

1. 下表是六年級球類社團參加人數統計，請先完成下表，再完成圓形圖(請以次數表示即可)。

社團	籃球	羽球	排球	桌球	網球
人數	25	5	18	2	10
圓心角(度)					

提示:

六年級共有()人參加社團，參加籃球社所占比()，
將圓周(360)度 \times 參加籃球社所占比例()，則得到圓心
角()度。

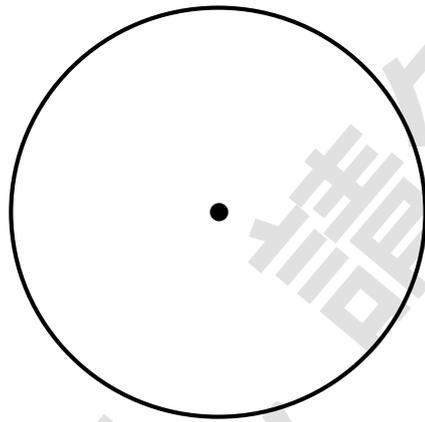


2. 下表是六年己班同學(共 40 人)最喜愛早餐飲品調查統計，請先完成下表，再完成圓形圖(請以次數表示即可)。

類型	茶類	豆漿	果汁	牛奶	其他
人次					
圓心角(度)	198	81	18	45	18

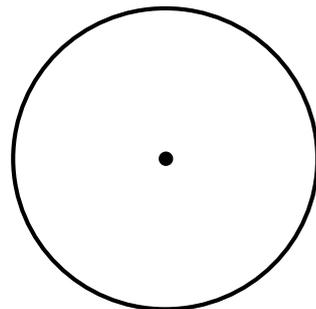
提示:

以茶類來說，占整個圓周比例($\frac{\quad}{\quad}$) \times 班上總人數 40 人，得到己班同學喜愛茶類的人數共()人。



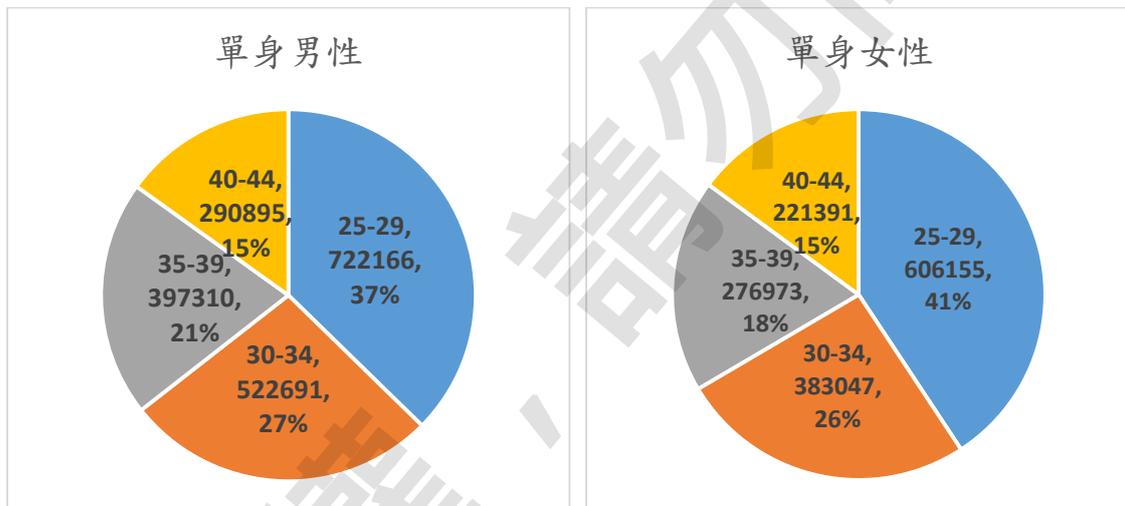
3. 下表是幸福社區家庭組成之人數統計，請先完成下表，再完成圓形圖(請以百分比表示)。

類型	數量(戶)	百分比(%)
獨居	20	
二人	50	
三人	35	
四人	65	
五人以上	30	



4. 下方圓形圖是 2020 年台灣 25 歲至 44 歲單身男、女性分布統計，請依圖表回答下列問題：

- (1) 2020 年台灣 25 歲至 44 歲單身男、女性隨著年紀增加，單身比例呈現()。(請填增加或減少)
- (2) ()歲至()歲區間中，男性單身人數與女性單身人數差距最大。
- (3) 2020 年 25 歲至 34 歲單身男、女性共約有()百萬人。
(請四捨五入至小數點後第二位)



d. 圖與表的轉換

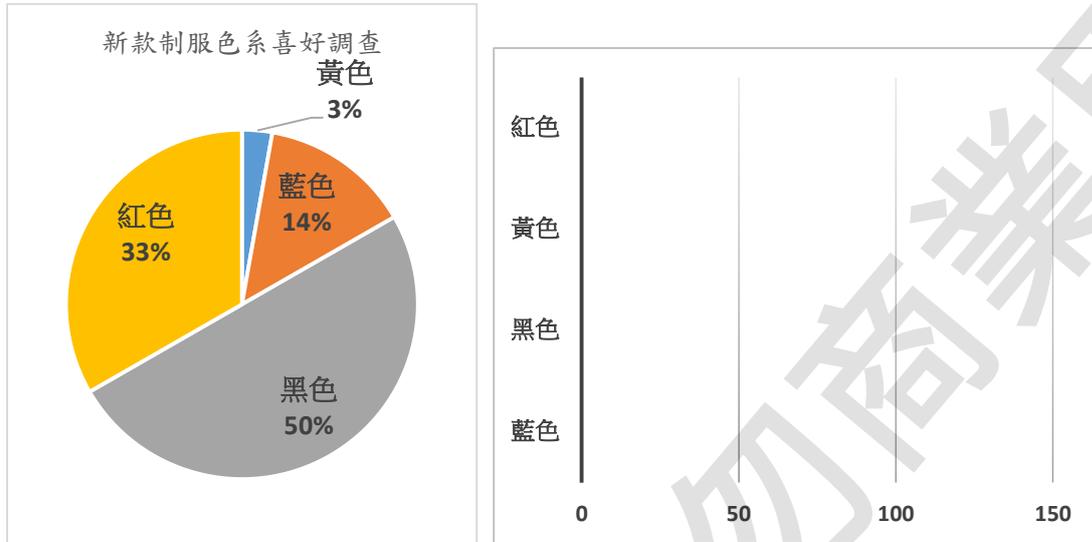
為什麼資料的展現要出現表格、又發展出了圖形呢？在讀圖形時，我們可以一目了然地快速找出資料的重點，最多的是誰？最少的是誰？又各占了多少百分比？當我們需要快速、短時間、重點式的向其他人說明這份資料時，常用圖來輔助。

但在我們要對這些資料做進一步處理時(例如:計算平均、計算累積人數)，在圖上去讀數據是顯得不容易的，這時還是會去使用表格會比較清楚。

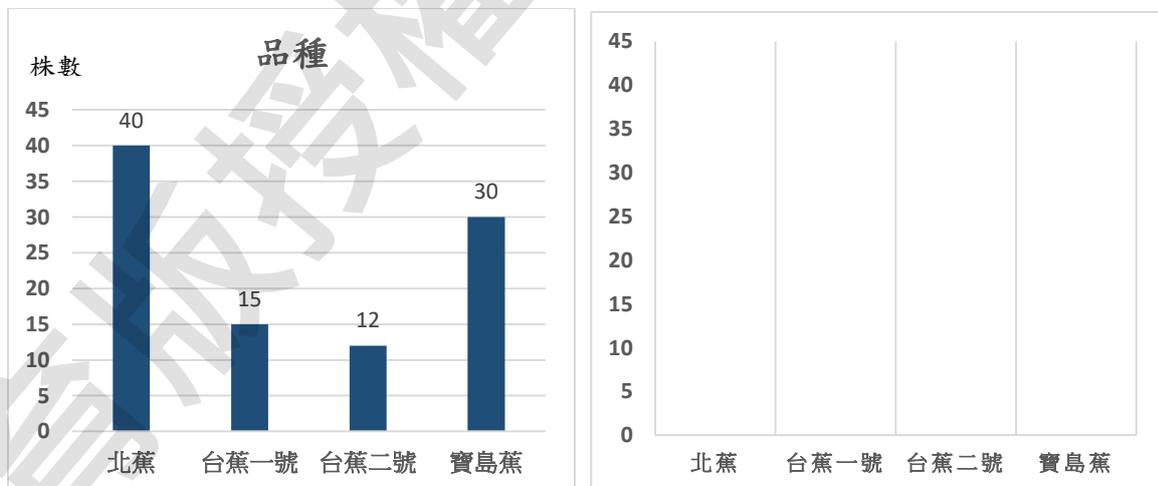
因此，圖與表的轉換、圖與圖的轉換，是重要的練習。

小試身手:

1. 鹿城國小將改版新制服，調查了校內 200 位同學意見後製成了統計圖表。請將下方圓餅圖轉換成長條圖。

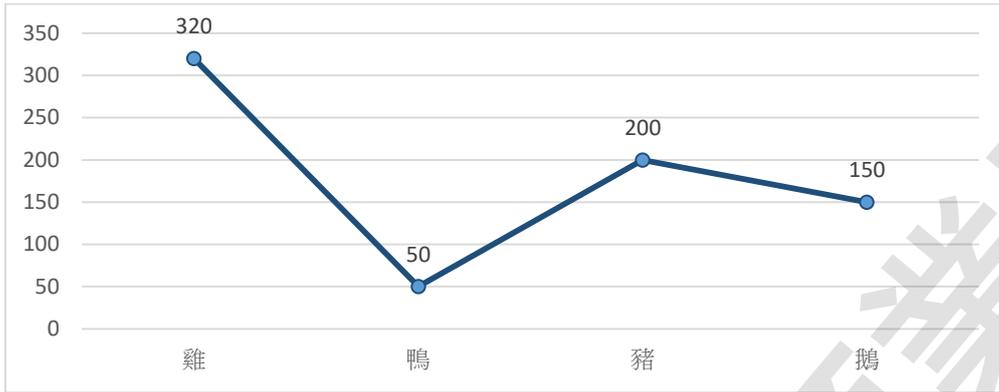


2. 小林種植香蕉，他將所有種植品種製成統計圖，請將長條圖轉換成折線圖。



3. 牧場中飼養各種家禽數量，製成統計圖表如下圖。

請將下方折線圖轉換成統計表格。

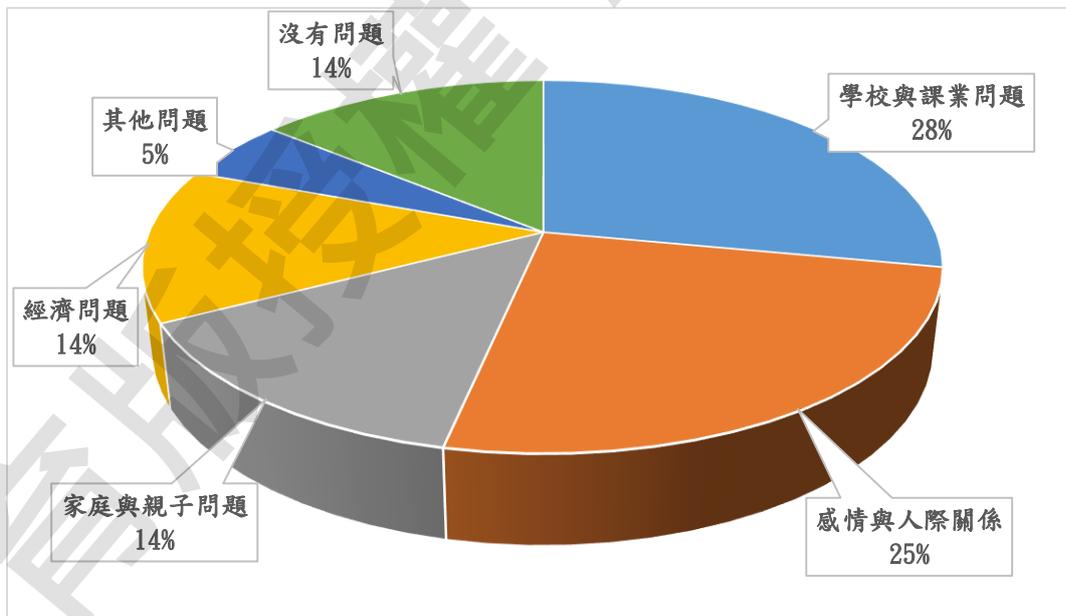


種類	豬	雞	鵝	鴨
數量(隻)				

200 隻以上	
100 隻以下	
最接近 180 隻	
最接近 265 隻	

4. 針對青少年「生活狀況」共調查了 200 人，結果如下圖所示。

請將下方圓餅圖轉換成統計表格。



類型	家庭與親子問題	感情與人際問題	學校與課業問題	經濟問題	其他問題	沒有問題
人次						
圓心角(度)						

e. 圖表還原判讀

統計資料有時是會有缺失、遺失時，在一些情況下我們透過一些數學方法去推論、還原這些資料，讓資料不會遺失、重新統計。

統計圖表有部分遺失，第一請優先檢查總數，若是以百分比呈現，先確認百分比的總和，若以次數呈現，也先確認次數總和。

(請先養成良好讀表習慣，見到統計圖表時優先檢查此項，百分比總和有無超過 100%、次數總和超過限制)

第二步，觀察遺失的部分，透過資訊試著推論或還原缺失資料。

若還是無法解決，代表缺失部分可能有數種可能，就必須一一假設出來，分別討論。

小試身手：

1. 請將下列表格殘缺部分填上。

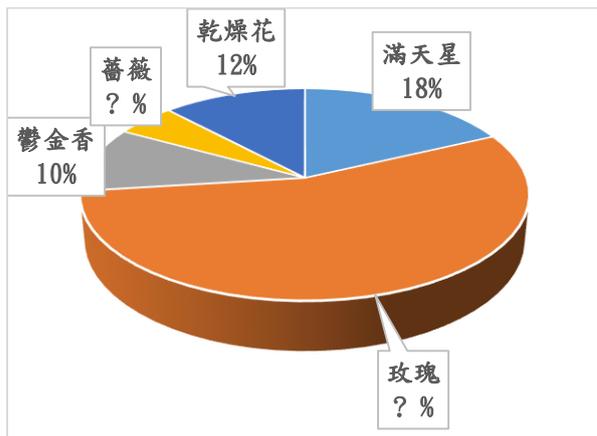
下表是 300 人社區中，家中有未成年小孩數的統計。

類型	0 人	1 人	2 人	3 人	4 人以上
數量(戶)	36		96	54	15
百分比(%)	12		32	18	5

2. 請將下列表格殘缺部分填上。下表是小柯與班上 49 位同學數學考試統計圓形圖的統計表格。

分數	59 分以下	60-69	70-79	80-89	90-100
人數		5		10	2
百分比(%)	12				

3. 下表是某花店販售一週的銷售統計，請依統計圖將下列表格殘缺部分填上。



種類	滿天星	玫瑰	鬱金香	乾燥花	薔薇
售出(枝)	144				40
百分比(%)	18		10		

延伸閱讀

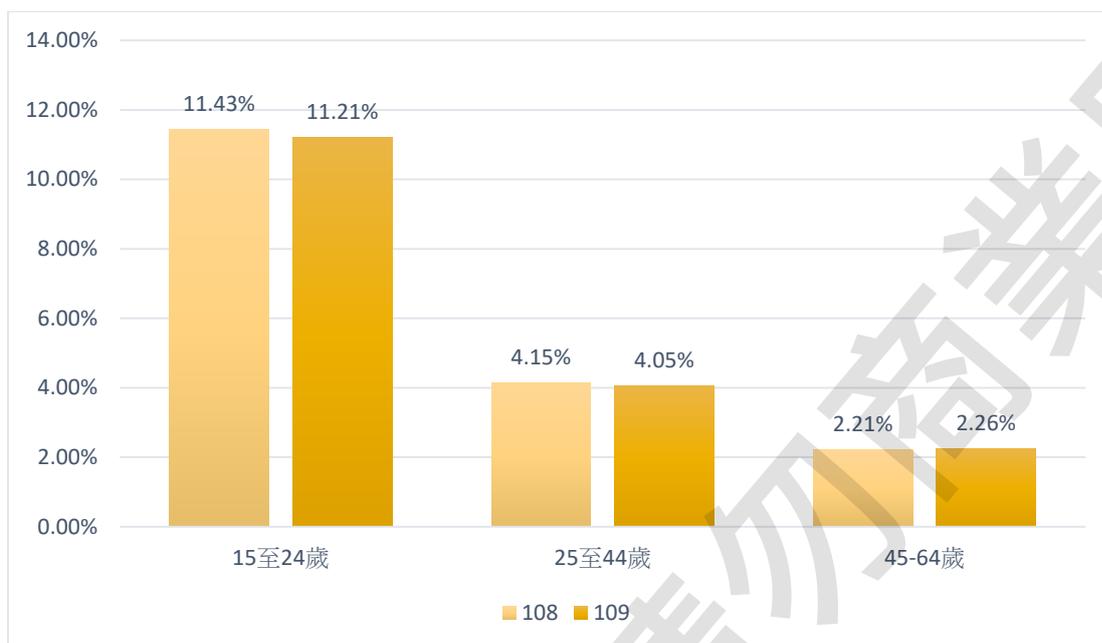
很多時候，單一圖表無法清楚表達數據意義時(例如:數據彼此差距小、數據又可再分成多種細項統計等)，一張張的統計圖表無法使人閱讀，將多張圖表整合成一張的圖表的概念便衍生而生。

例如:我國 109 年度失業率約是 3.85%。男性中失業率 3.92%、女性失業率 3.76%。除了性別之外，也可以依年齡層分類:15~24 歲、25~44 歲、45~64 歲，或是依照學歷:國中以下、高中(職)、大專院校以上等等，以及歷年統計得比較，例如去年與今年相比、過去十年與今年相比等等。

我們在上述例子中，可以產生數種圖表，男性失業率中可以再分成年齡層、學歷、過去統計等有更細部的處理，男性失業率依年齡層統計可以產生一圖表、男性失業率依學歷統計也可以產生一圖表、歷年男性失業率也

可以產生一圖表，而我們如何利用圖表去表達在這個時刻國人的失業問題呢？

例如我們將男性失業率依年齡層統計與去年同月份兩張圖合併如下：



我們可以清楚看出，109年在15至44歲中男性失業率都比108年度低一些，但在45至64歲反而提高了一些。在15至24歲青年中，在學歷與求職者性格穩定較不足情況下，他們求職難度比其他年齡層高了一些。

我們再以另一面來重新檢視，上述是以比率的概念，而下面則以人數重新表示。



我們發現，真正失業人數最多的在 25 至 44 歲中，而 15 至 24 歲與 45 至 64 歲的失業人數卻是差不多的。

兩張圖表，都是同份數據，但以不同圖表呈現時，造成讀表的人判讀卻是截然不同的結果。

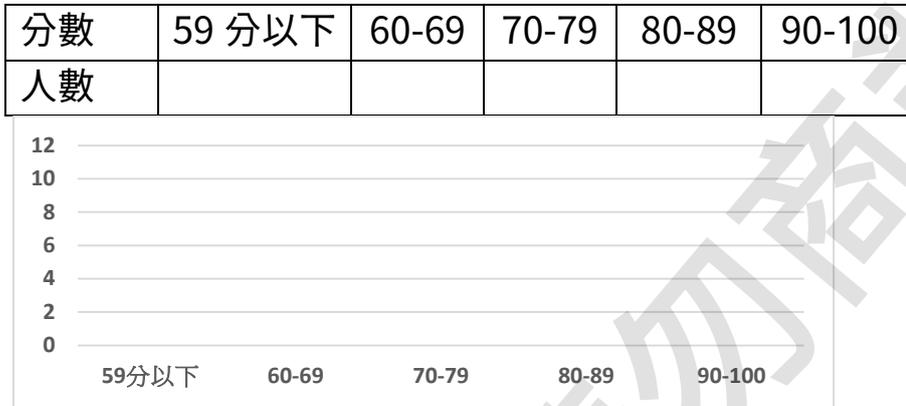
我們在判讀圖表時，無論是否是製圖方的有心或是無心的呈現，都要小心翼翼地檢視。

單元練習(Exercise for section 6)

§ 6.1 大東班上同學這次數學考試如下：

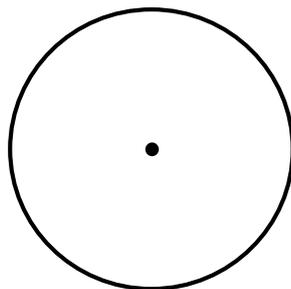
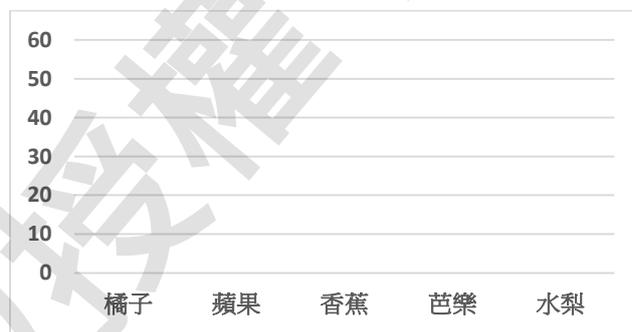
95 90 92 65 72 100 80 82 78 88 66 58 72 91 76
70 90 88 78 82 88 98 62 56 98 82 91 82 85 96

請將成績製成統計表後，畫出長條圖。



§ 6.2 請依據下列統計圖表，畫出果園的折線圖與圓餅圖(次數)。

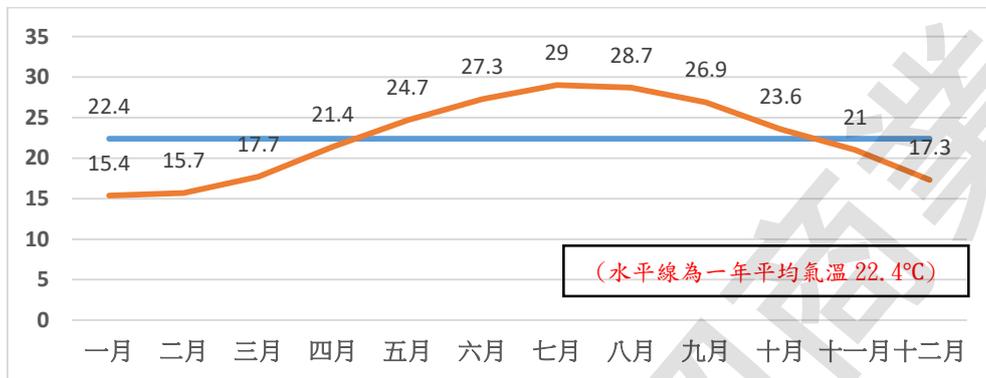
種類	橘子	蘋果	香蕉	芭樂	水梨
棵樹	50	23	10	12	5
圓心角(度)	180	83	36	43	18



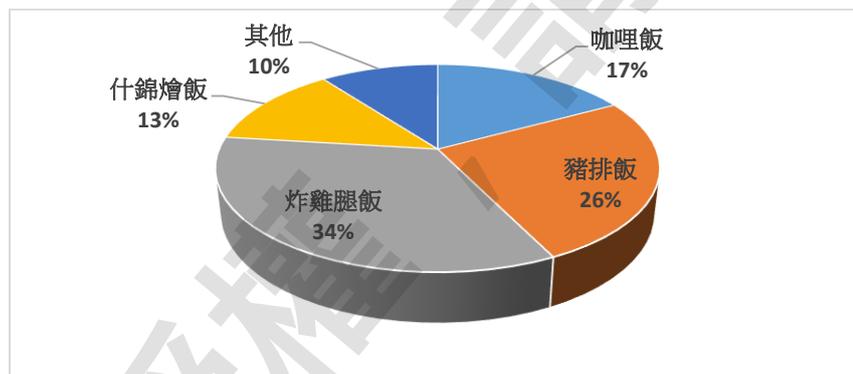
§ 6.3 下圖表是氣象局統計 1991-2020 年淡水地區 12 個月份的平均氣溫，請依照圖表資訊回答下列問題：

(a) 低於平均氣溫的月份：() 月。

(b) 一年之中的淡水平均最高溫和最低溫相差() 度。



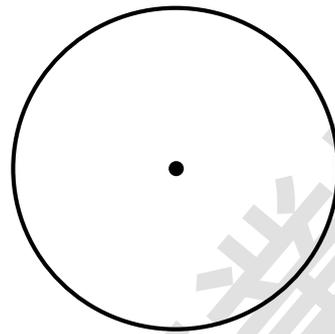
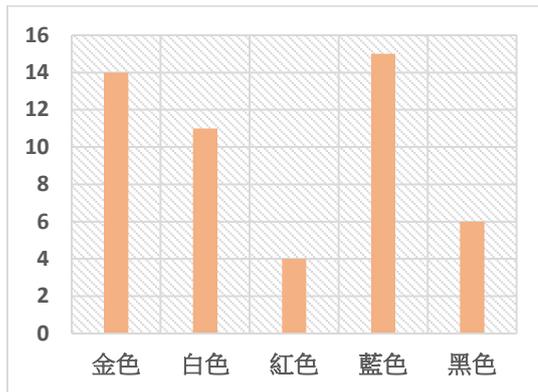
§ 6.4 下圖是阿旺家中餐廳對餐點賣售的統計，請依圖表資訊回答下列問題：



(a) 阿旺家中最熱銷的餐點是()，次熱銷的是()，兩者加起來共佔了全部銷售的()%。

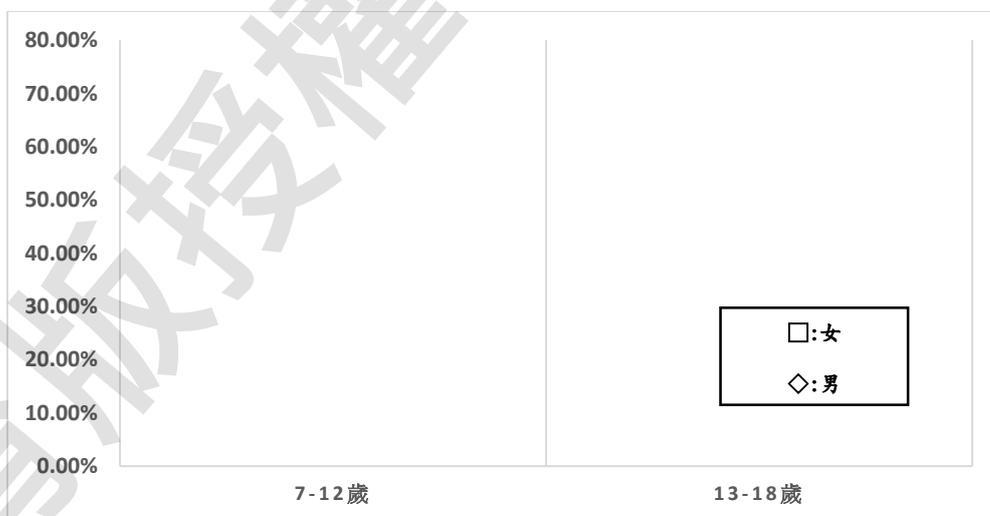
(b) 若今天共賣出了 400 份餐點，依比例則炸雞腿飯共賣出()份。

§ 6.5 下圖是新出手機顏色消費者購買數量統計，請將長條圖依其資訊轉換成圓餅圖。

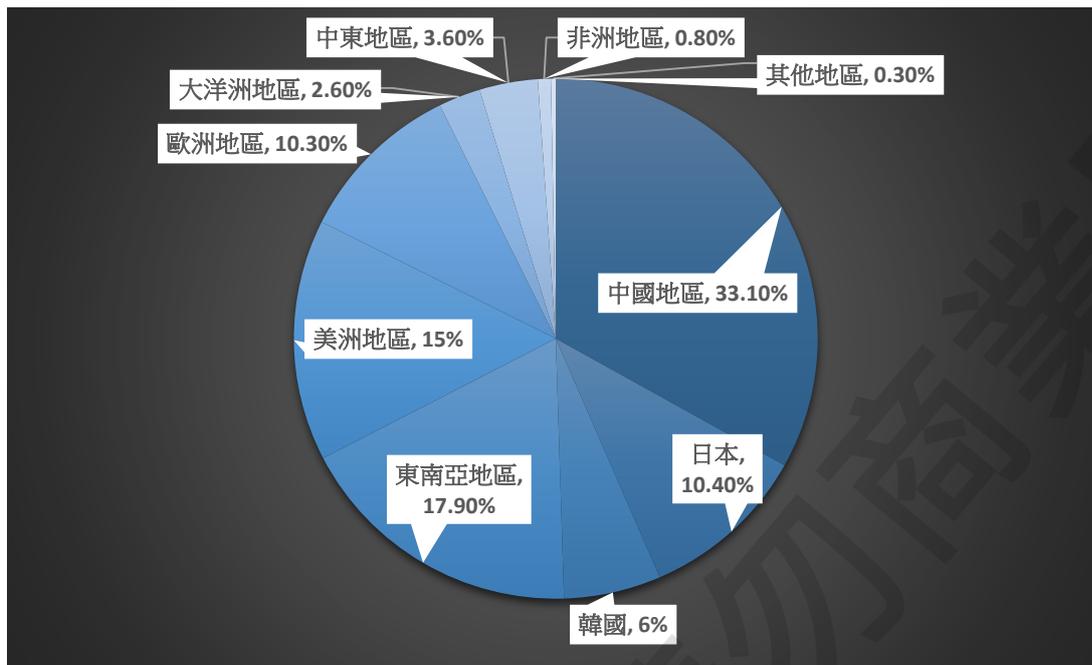


§ 6.6 衛生福利部國民健康署建議國民「用眼 30 分鐘，休息 10 分鐘」，根據 2013-2016 年調查統計，7-12 歲男性近視比例平均為 37.6%、女性 33.3%，13-18 歲男性近視比例 63.9%、女性 69.3。請依上述內容製作折線圖。

(分男、女二線畫)



§ 6.7 經濟部國貿局統計 2021 年 1-10 月間我國與全球貿易比例，如下表。請依照圖表資訊回答下列問題：



(a) 中、日、韓三國對我國貿易比例占了全部貿易量的 ()%。

(b) 我國前五名貿易量國家(地區)依序是第一()、第二()、第三()、第四()、第五()。

§ 6.8 施先生一家一個月的支出如下：

房貸/水電瓦斯費 20000 元 小孩教育費 5000 元
 娛樂 2500 元 交通費 1500 元
 孝親 8000 元 三餐 15000 元
 手機電話費 2000 元 保險 1000 元
 周轉備用金 5000 元

請依施先生家支出，完成下列表格後，回答下列問題。

(四捨五入至小數點後一位)

	房貸/水電瓦斯費	交通費	手機電話費	三餐	娛樂	小孩教育費	孝親	保險	周轉備用金
與全部支出所占比例(%)									

(a) 占了施先生一家支出比例前 70% 的花費依序是第一

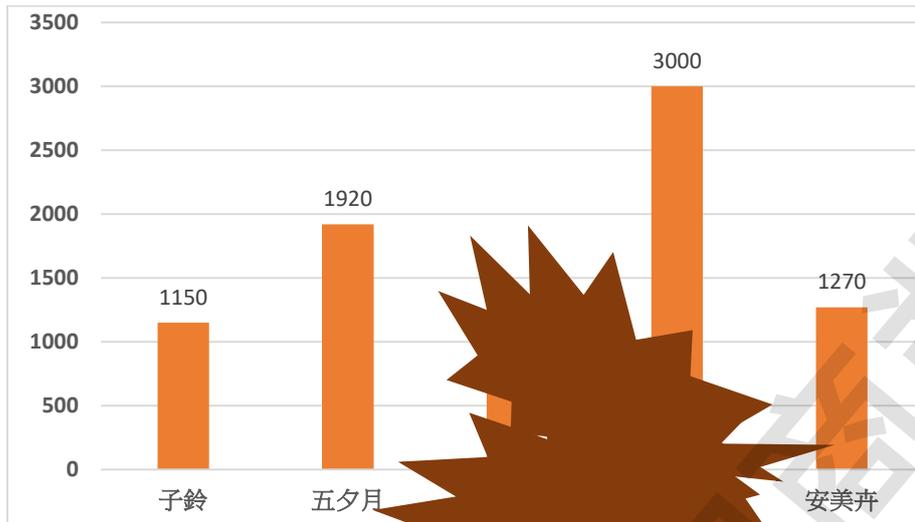
()、第二()、第三()。

(b) 施先生若要維持這樣的生活品質，施先生妻子月薪 24000

元，在無其他收入情況下，則施先生至少工作要有一個月

()元的薪資。

§ 6.9 下圖是五位歌手票選結果統計，但圖形上資料被弄髒了，請依照資訊還原統計資料後回答下列問題。



票選小組共收到 8200 位粉絲有效投票，粉絲可以在五位歌手「五夕月、滷醬、菲朵、安美卉、子鈴」中選出自己最喜愛的歌手。污漬蓋掉了第一名與第五名，已知子鈴與安美卉的選票加起來比五夕月和菲朵少，滷醬和五夕月的票加起來比子鈴、安美卉、菲朵三人還多。

- (a) 票選第一名是()，得票的比率是()%。
(四捨五入至整數位)
- (b) 票選第五名是()，得票的比率是()%。
(四捨五入至整數位)

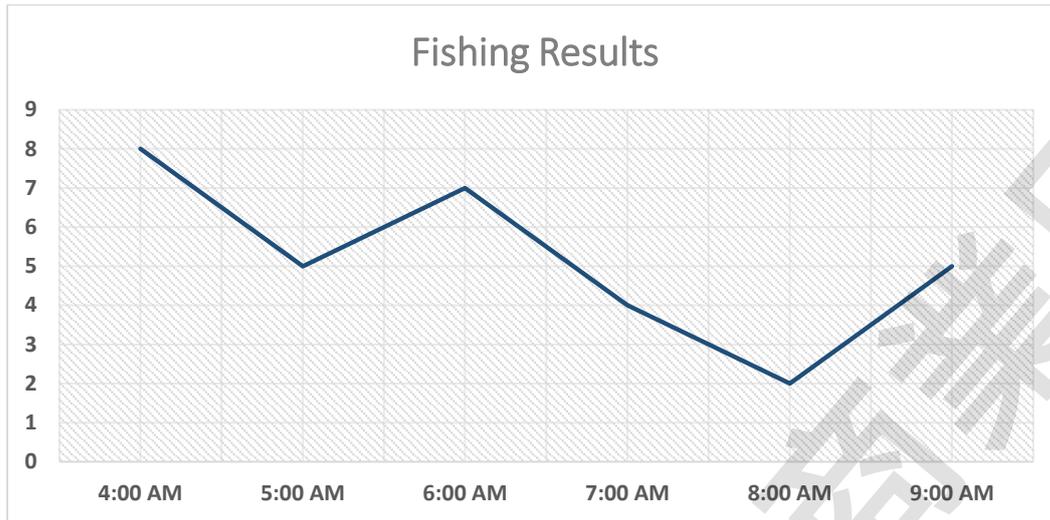
§ 6.10 下方是博物館假日參訪人數統計表，表格中有部分遺漏，

請嘗試修補遺漏數據後回答下列問題。

時間	六 (上午)	六 (下午)	六 (夜間)	日 (上午)	日 (下午)	日 (夜間)
人數	120		101	180		84
百分比(%)	12		10.1		27	

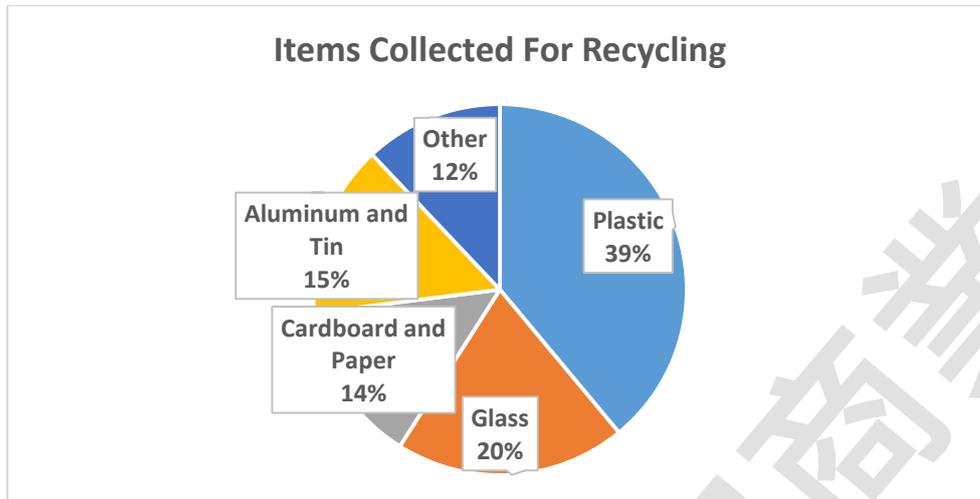
- (a) 博物館最多人參觀的是星期()的()。
- (b) 星期六的參觀總人數比星期日參觀的人數還()。
(請填多或少)
- (c) 若想避開人潮，可以選擇()參觀比較好。
(請填早上/下午/晚上)

§ 6.11 ☆ The following graph shows the number of fish caught in a day. Use the graph to answer the questions.



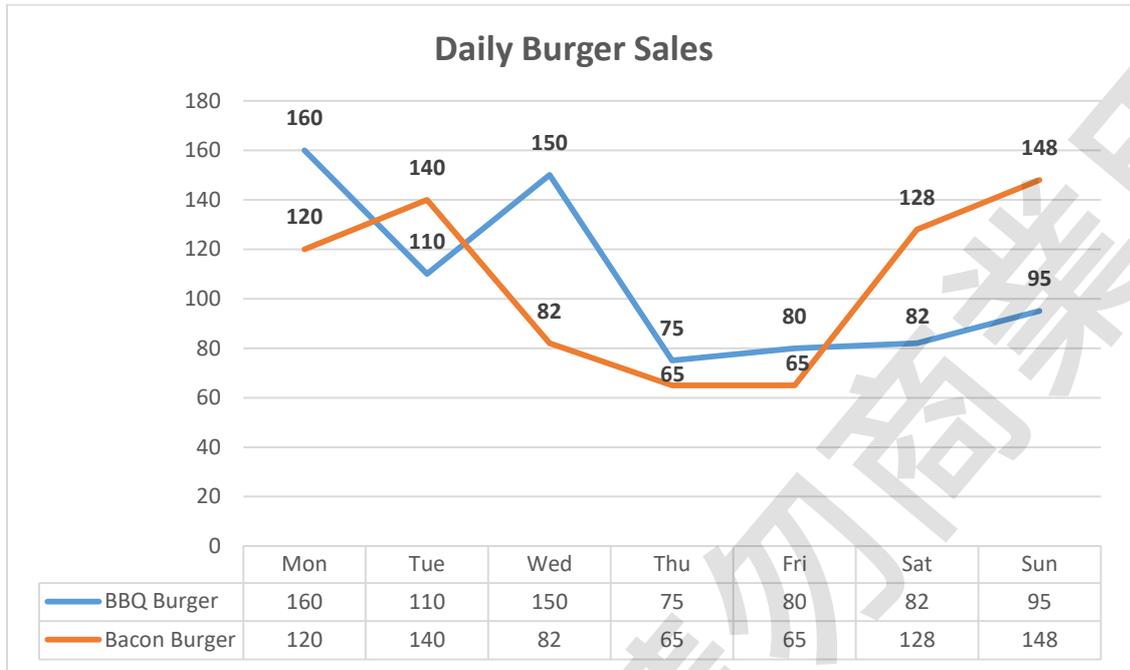
- (a) What time were the most fish caught?
- (b) From 7 a.m. to 8 a.m. did the number of fish caught increase or decrease?
- (c) Were more caught at 6 a.m. or at 8 a.m.?

§ 6.12☆ The town of Albany collects trash for recycling. The circle graph shows what kinds of items are collected. Use the graph to answer the questions.



- (a) Use fraction shows what part of the recycled items are plastic.
- (b) Of every 1500 items recycled, how many are glass?
- (c) One quarter of the items in the "Other" category were batteries. If batteries were shown on the graph, what percentage would they represent?

§ 6.13[☆] The following line graphs show the number of BBQ and Bacon burgers MBurger sold from Monday to Sunday. Use the presented information to answer the questions.



Hot

BBQ Burger...\$1.5

Bacon Burger...\$2

- What percentage of total burgers these days were sold on Saturday?
- How much did MBurger earn during these 7 days on their burgers?
- What days could the total burgers be sold over 240 in one day?

第 7 章 怎樣解題(problem solving in math)

怎樣解題，是「如何利用目前所學的數學解決當前你所遇到的問題」的縮寫，也是數學教育中培養數學數學素養(math literacy)的核心。當這個章節出現時，代表我們目前所學數學教育已經告一個段落，有一個重要的概念是編者想告訴各位讀者們，當你念完這本書、書中習題也都會了，你會認為這本書已經結束了，對吧？

要記住一個重要的觀念：「不，當你闔上這本書時，這本書的學習才要開始。」我們一定要記著這個概念，想想我們日常所碰到的問題是否有可能可以用這本書中的概念去解決它呢？

每個單元就像積木，能不能拚出解出問題的鑰匙，往往就看你能否想到這些積木的組合去湊出鑰匙。將這些數學內化在生命之中，是學習數學重要的課題。

我們遇到的問題是千奇百怪，甚至選擇也是一種問題，「我該選擇念甲國中、還是乙國中？」、「一瓶半的家庭號牛奶如何分配家人喝三天呢？」、「食譜提供的分量是給四人份量，準備給 7 個人時該要如何備料呢」…，不是只有我們看到試卷、題目的應用問題是數學問題，這些日常生活中生活的大小事情都是數學問題。

在這單元列舉一些是國小數學課程延伸的問題，透過以前所學的數學及數學解題手法，嘗試去把它解決。

註：應用問題中有許多日常生活知識，在 ch9 也有相關的補充，若這方面比較弱的同學可以一併進行 ch9 的學習。

a. 規律: 間隔問題(spacing problems)、圖形規則(geometric patterns)

有一類問題是這樣的，它以一定的規律(regulation)組成，但我們可能不知道。我們可以透過「類推」的方式，去摸索整個規律的樣貌。

◎類推，我們簡化問題後，對簡化的問題找出規律，再回推原來問題看是否通用，試圖去找出一般的通則。

例如: 數字 5 到數字 10 之間，共有多少數字呢?

我們簡化問題成數字 5 到數字 6 之間共有多少數字? 發現是 0 個。

我們再嘗試將問題簡化成數字 5 到數字 7 之間共有多少數字? 發現只有數字 6，只有一個。

於是我們猜測，可以將後面的數字減去前面的數字再多減 1 後，得到中間共有多少數。(即 $6 - 5 - 1 = 0$ 和 $7 - 5 - 1 = 0$)

因此，這個問題可以推論 $10 - 5 - 1 = 4$ 得出共有 4 個數字。

註: 在這些過程中，務必要小心謹慎。

例如: 將兩根木頭放在一直線上的最左、右兩端(起、終點)，會有一個間隔產生。在直線上再放上第三根木頭，可產生兩個間隔。

我們會發現，這個問題中有一個規律，木頭數量-1 即是間隔數。

但如果我們將這條「直線」，木頭不是放置在左右兩端(起、終點)，則放置一個木頭便會產生兩個間隔。

放置兩個木頭，會產生三個間隔，則間隔數變成了木頭數+1。

若今天將直線的起、終點連結起來，變成一個封閉的圖形(例如圓形、橢圓形或其它不規則圖形)。

那麼，在這個封閉圖形線上放置一個木頭，依然只有一個間隔。
(和沒放置木頭依樣)

放置第二個木頭，產生兩個間隔。

放置第三個木頭。產生三個間隔。

我們知道在封閉圖形線上，放置幾個木頭，便會產生多少個間隔。

我們可以從上面例子去思考公式:

若我們將間隔都要求一樣的大小， $\text{間隔長度} = \text{距離} \div \text{間隔數}$ 。

若我們將間隔都要求一樣的大小， $\text{透過間隔長度} \times \text{間隔數} = \text{距離}$

我們在生活中何時會遇到這類問題呢? 搭大眾交通運輸工具時(公車、火車、捷運等等)，我們常要評估還有幾站到站，還可以休息多少後要注意車子快到站了。

這些交通工具常常都是單線通行的(有起點、終點)，如果我們今天搭得是環狀線(車會不停地循環)，我們計算站的間隔是否一樣呢?

註:環狀、環形(annulus)，指圓環，將一個圓盤挖去以相同圓心、半徑比較小的圓，剩下部分稱圓環。

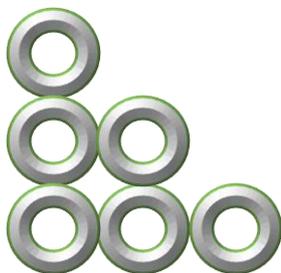
例如:爺爺希望繞著庭園一周種他喜歡的櫻花，櫻花苗不能彼此種得太近，最好間隔 5 公尺以上，庭院一周共 400 公尺，爺爺要準備多少櫻花苗呢?

圖形中規律問題，是另一類規律問題。將原來圖形以相同規律繼續延伸或是等比例相同模式放大，針對這類問題，並沒有一定的處理方法，除了我們使用類推的技巧去猜測規則外。我們可以嘗試「固定」住圖形後，去觀察增加或減少了什麼。

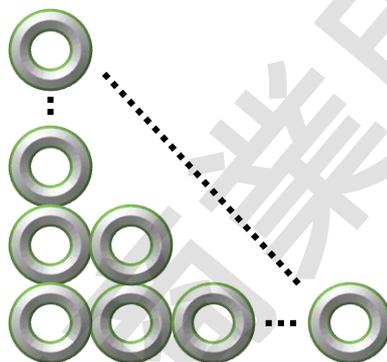
請看下面這個問題，



(圖一)



(圖二)



(圖三)

我們觀察，圖一變成圖二時，底下增加了一排(或是說斜面上增加了一排)。

若試問當底面有六個環時，整個圖形共需要多少個環？

我們將圖一拆成上面一個環，下面二個環。

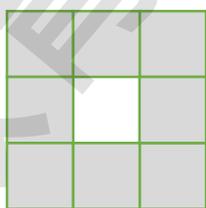
當底面只有一個環時，總數 1 個環。

當底面有兩個環時，總數 $1 + 2$ 個環。

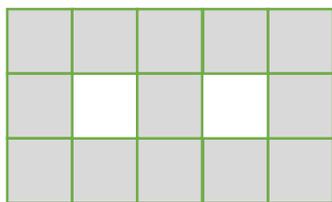
當底面有三個環時，總數 $1 + 2 + 3$ 個環。

所以，我們找到規律，當底面是 6 個環時，總共 $1 + 2 + \dots + 6$ 個環，即是共 $\frac{(1+6) \times 6}{2} = 21$ 個環。

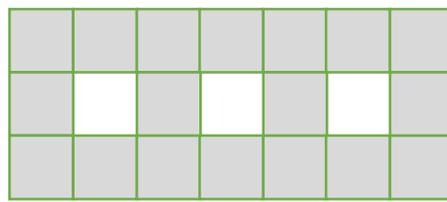
再看一個例子：



(圖一)



(圖二)



(圖三)

每個正方形大小都相同，請問依此類推的(圖五)，共需要多少正方形組成？

我們固定住(圖一)後，(圖二)比(圖一)增共加了 5 塊的正方形。

而(圖二)固定住後，(圖三)比(圖二)增加了 5 塊正方形。

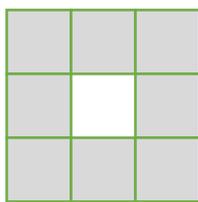
我們得知，(圖一)共有 8 塊正方形。

而(圖二)共有 $8 + 5$ 塊正方形。

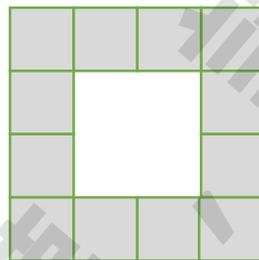
(圖三)則共有 $8 + 5 + 5$ 塊正方形。

我們可以得到規則，(圖五) $8 + 5 + 5 + 5 + 5 = 8 + 5 \times 4 = 28$ 塊正方形。

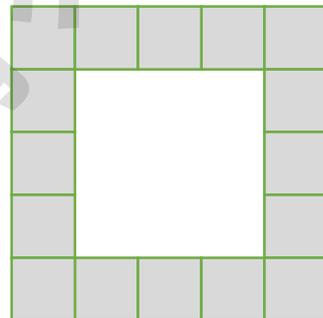
我們再看一個例子：



(圖一)



(圖二)

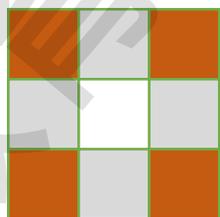


(圖三)

試問當(圖六)時，共需要多少正方形？這個例子中，我們先用前面的「固定一邊」找規律方法後，再展示使用別的方法。

第一種作法：

我們將正方形的四角固定住，觀察發現：



(圖一): 共有: $4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4 + 1 \times 4 = 8$ 塊。

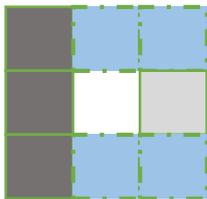
(圖二): 共有: $4 + 2 + 2 + 2 + 2 = 4 + 2 \times 4 = 12$ 塊。

(圖三): 共有: $4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 4 + 3 \times 4 = 16$ 塊。

因此，可以推出(圖六)共有 $4 + 6 \times 4 = 28$ 塊。

第二種方法:

(圖一)中，是一個由邊長三塊正方形組成。若將最左邊直的一排固定住、剩下的將上下兩塊固定後，剩下最後的一塊。



若我們都用此種模式，對(圖一)、(圖二)、(圖三)進行檢查，這個方法是否可行。

這次的固定，是會隨著圖形變化而有不一樣，但是方法是一樣。

我們可以觀察:

(圖一)總共是 $3 + 2 + 2 + 1$ 塊

(圖二)總共是 $4 + 3 + 3 + 2$ 塊

(圖三)總共是 $5 + 4 + 4 + 3$ 塊

因此，我們可以推出(圖六) $8 + 7 + 7 + 6 = 28$ 塊。

我們來看第三種作法:

(圖一)中邊長是三塊正方形組成，若沒有中間的挖空，它的面積便是 $3 \times 3 = 9$ 塊。再將中間去除，(圖一)共有 $3 \times 3 - 1 = 8$ 塊。

(圖二)中是邊長四塊正方形，中間部分是 $2 \times 2 = 4$ 塊，我們可知道(圖二)共有 $4 \times 4 - 2 \times 2 = 16 - 4 = 12$ 塊。

(圖三)共有 $5 \times 5 - 3 \times 3 = 25 - 9 = 16$ 塊。

故我們可以推出(圖六)是 $8 \times 8 - 6 \times 6 = 64 - 36 = 28$ 塊。

這個方法是透過「面積填補」後觀察。

小試身手:

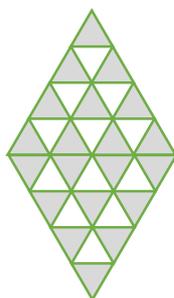
- 鎮長打算在兩城鎮新開的連接道路上每隔 18 公尺鋪設一盞路燈，起點和終點也都要設立路燈，總共安裝了 42 盞路燈，則連接道路共有()公里長。
- (1)若有 124 株樹苗，想種植在長 3.75 公里長的道路上，起點和終點都不種植，則應該每隔()公尺，種下一株樹苗。
 (2)迴轉壽司環狀軌道上，共有 20 公尺長，每個盤子直徑有 15 公分，若在軌道上有 40 個盤子等間距擺好，則兩盤子間間格()公分。
- 請觀察下方(圖一)至(圖三)的規律，則(圖五)共需要()塊色塊三角形。(三角形皆大小相同)



(圖一)

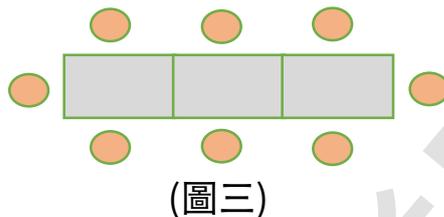
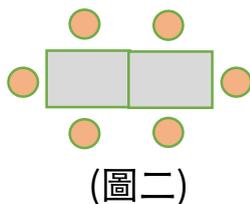
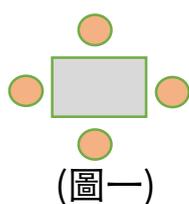


(圖二)



(圖三)

4. 下圖(圖一)至(圖三)是餐桌可擺放椅子的圖示，請找出規律，回答下列問題：



(1) (圖七)時，共可以設置()張椅子。

(2) 有 31 名賓客一齊用餐，需要準備()張桌子，還剩下()個空位。

b. 列舉(tabulation method): 雞兔問題

在開始雞兔問題前，我們先看個問題。

晶晶同學到書局購買筆，她喜歡的 P 牌鉛筆每枝 25 元、O 牌螢光筆每枝 18 元，且書局有特別活動，消費滿 129 免費送晶晶最愛的偶像貼紙，媽媽給了晶晶 150 元，晶晶打算買個 7 枝筆，順便拿到貼紙，她有哪些買法呢？

我們先檢查鉛筆開始：

鉛筆每枝是 25 元，共買 7 枝，共花費 $25 \times 7 = 175$ 元，超過晶晶身上 150 元，因此全都購買鉛筆是不可行的。

若買 6 枝鉛筆和 1 枝螢光筆，共花費 $25 \times 6 + 18 = 168$ 元，也超過晶晶身上 150 元，因此這樣買也是不可行的。

若買 5 枝鉛筆和 2 枝螢光筆，共花費 $25 \times 5 + 18 \times 2 = 161$ 元，也超過晶晶身上 150 元，因此這樣買也是不可行的。

若買 4 枝鉛筆和 3 枝螢光筆，共花費 $25 \times 4 + 18 \times 3 = 154$ 元，也超過晶晶身上 150 元，因此這樣買也是不可行的。

若買 3 枝鉛筆和 4 枝螢光筆，共花費 $25 \times 3 + 18 \times 4 = 147$ 元，這樣買法是可以的。

若買 2 枝鉛筆和 5 枝螢光筆，共花費 $25 \times 2 + 18 \times 5 = 140$ 元，這樣買法是可以的。

若買 1 枝鉛筆和 6 枝螢光筆，共花費 $25 \times 1 + 18 \times 6 = 133$ 元，這樣買法是可以的。

若買 7 枝螢光筆，共花費 $18 \times 7 = 126$ 元，這樣買法是可以的，但是拿不到貼紙。

在這種問題中，我們會發現，竟然沒有所謂的「一個正解」，它透過列舉法後篩選出有很多種可能，我們可以在這些可能中選出自己覺得好的方案。

我們將上述繁雜的討論的過程，用簡單的表格的方式表述出來，或稱列表法。

鉛筆	7	6	5	4	3	2	1	0
螢光筆	0	1	2	3	4	5	6	7
總金額	175	168	161	154	147	140	133	126

我們可以知道，晶晶會有三種選擇，分別是買 3 枝鉛筆及 4 枝螢光筆、買 2 枝鉛筆和 5 枝螢光筆、買 1 枝鉛筆和 6 枝螢光筆。

小試身手:

1. 院子中有雞和兔子，牠們的腳共有 32 隻，且雞和兔子至少都有一隻、最多共 12 隻，則雞和兔子各有多少隻？

當雞有()隻，兔子有 7 隻，或當雞有()隻，兔子有 6 隻；

或當雞有()隻，兔子有 5 隻，或當雞有()隻，兔子有 4 隻。

2. 將一袋 80 顆糖果，分給班上 25 位同學，數學考試 90 分以上同學可以得到 5 顆、不到 90 分的同學可以拿到 2 顆。已知 90 分以上同學確定有 5 位以上，且糖果全部剛好分完，則考 90 分以上同學共有()位。

3. 美食商場有提供桌椅可以享用美食，長桌可以坐 8 人、短桌可以坐 2 人，現場提供了 210 位的座位，且兩種桌子數目一樣多，則長桌共有()桌。

4. 王老闆到米店想買 400 斤的米，他喜歡用台梗 9 號、台農 71 號兩種品種的米，台梗 9 號是 30 斤一袋、台農 71 號是 25 斤一袋，王老闆想要剛好買 400 公斤，則他有()種買法。

C. 速率(speed): 流水、追趕

我們打羽球時，是不是有一種經驗，當發球過去時，被羽毛球被風一吹，原本輕輕一打的，卻被風吹得老遠。又或是被風一吹，竟然沒發過網。

當你一如以往地走在道路上時，忽然吹來一陣強風，吹得你走地飛快，我們知道移動速率由你自身速率加上的風吹你的速率，速率因而增加了。

當船在靜止的水中(still water/dead water)，水是不會移動的，所以船移動的速率變化就是船本身的動力變化。但是，當船不是在靜止的水中時(例如:由高往低處流的河川、大海)，船的移動速率便會受到水流的影響。

◎當水流和船行進是同個方向時，我們稱為順流(downstream)，則船的速率為順流船速。

◎反之，當水流(water flow)和船行進是相反時，稱逆流(upstream)，船速稱逆流船速。

我們之前所談的速率一詞，不考慮其他外在因素的速率。但船、飛機等易受順、逆流影響的速率，當討論到有外在因素時，我們會將其本身靜止時速率額外稱呼。

因此我們將船在不受其他因素影下的速率，稱靜水中的速率。

則順流船速 = 靜水中船速 + 水流速度。

逆流船速 = 靜水中船速 - 水流速度。

例如:靜水中速率 20 公里/小時的船，在水流 5 公里/小時的河中航行。

順流時:船速是 $20 + 5 = 25$ 公里/小時。

逆流時:船速是 $20 - 5 = 15$ 公里/小時。

註:大海底下也會有高低地，所以也會有高處的水往低處的水流。另一個成因是風，自轉的地球、地面與海的冷熱關係及壓力地不同產生風，風吹向海中使海水產生了移動。

我們日常中還有另一種速率的應用，爸爸出發去上班卻忘了帶到重要的文件，媽媽發現後趕緊騎了車趕去爸爸的公司，媽媽追趕得上爸爸嗎？

兄弟兩人一起存零用錢買玩具，哥哥一天存 10 元、弟弟一天存 5 元，幾月幾日後可以買得起玩具呢。

在速率單元中，我們會學習兩人是相向、背向、同向等三種移動問題，而追趕通常是同向的問題，加入了時間後速率問題更困難了。同向問題中，一方先行而另一方等待一段時間開始追趕，兩方都會隨著時間而繼續前進，我們要解解的是那「等待那段時間」的距離，要用兩者之間的速率差計算出所用時間，進而得到最後追上的時間。

例如：甲、乙跑步速率分別是 2.8 公尺/秒與 3.6 公尺/秒，甲先跑了 10 秒鐘後乙隨即出發，在筆直直線路上不考慮其他因素情況下，乙出發幾秒時會追上甲？

甲先跑了 10 秒鐘，共移動 28 公尺；甲和乙的速率差了 0.8 公尺/秒，共需要 $28 \div 0.8 = 35$ 秒。

我們進一步檢查，乙花了 35 秒，共跑了 $3.6 \times 35 = 126$ 公尺。

甲則跑了 45 秒，共跑了 $2.8 \times 45 = 126$ 公尺，故兩人在跑了 126 公尺時會相遇，我們在這單元再將這部分再次熟練。

小試身手:

1. 爸爸早上 7:20 從家裡出發，他以 100 公尺/分速率走路去離家 1000 公尺的車站搭車，公車 5 分鐘後到站。媽媽在 7:30 分時發現，爸爸有份重要文件沒帶到，隨即以時速 25 公里/小時騎車往車站出發，在()點()分()秒時可以在車站趕上爸爸。
(不需考慮車站內移動與其他時間)

2.(1)烏龜和兔子比賽賽跑，兔子速率是 12 公里/小時、烏龜是 10 公分/分。早上 8:00 鳴槍開跑，全程共長 60 公里，兔子可以在終點前樹下睡()小時，還是可以贏過烏龜。
(不需考慮終點前樹下與終點間的移動)

(2)承上題，自信的兔子又約狐狸比賽，狐狸的速率是 10 公里/小時，兔子讓狐狸先跑 30 分鐘後才出發，則兔子會在()小時後追上狐狸，此時離終點還有()公里。

3.(1)在靜止水中，某小船的速率是 12 公里/小時。在逆流中行駛，假設水流速率是 3 公里/小時，則 54 公里長的路程要花()小時。

(2)在靜水中速率 30 公里/小時的快艇，在水流 6 公里/小時中航行。去程逆流花了 2.5 小時才到目的地，則順流原路返航只要花()小時()分鐘。

4.貨輪以速率 15 公里/小時在河中順流行駛，已知水流速率是 3 公里/小時，若在靜止水中貨輪需要行駛 4 小時，則在河中逆流行駛時，需要()分鐘。

d. 數線(number line): 年齡

爸爸和兒子阿強說:「不要老是打電動，我在你這個年紀時，已經出去打工了。那時候，我一下課就去剛成立的螺絲工廠打工，打了三年後，我和朋友出來自己開了一間零件公司，隔年台美斷交，苦到要吃路邊樹葉。」

「你呀，有書不念，明年就要考高中了，真的要好好思考你的人生。」

我們從上面對話中，內有三件重要的時間點:

1. 父子之間的年紀差距，不會增加也不會減少。



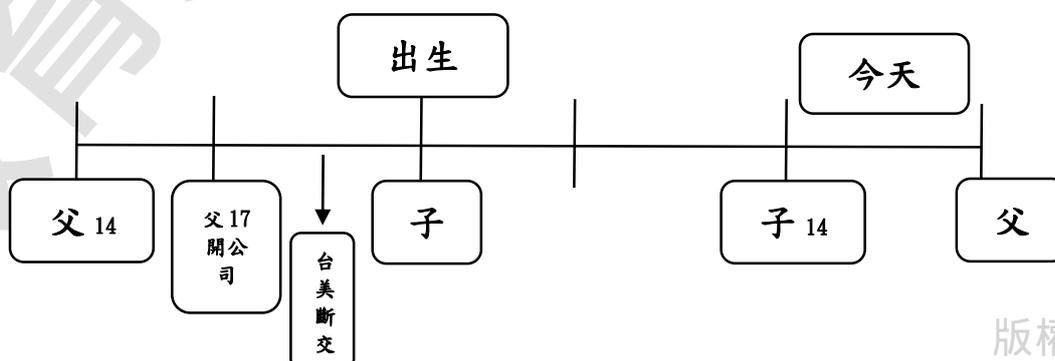
2. 在過去小孩出生時是基準點。



3. 爸爸過去 14 歲時，小孩未出生。



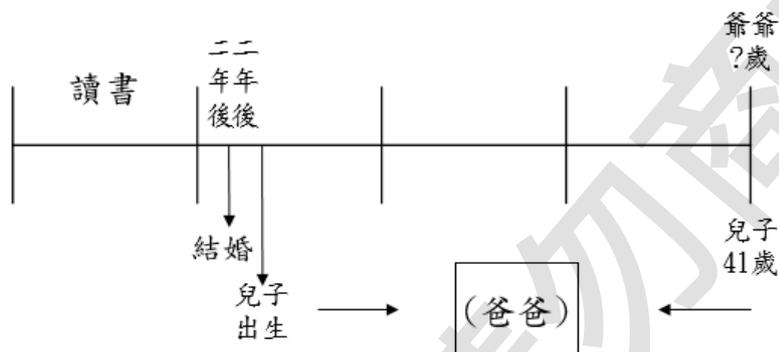
我們將這些時間合併起來:



時間軸除了用來排放事件先後外，時間軸也有推理、填補遺失時間的好處。我們再看個簡單的例子，如下：

爺爺對孫子阿強說他活到今天，前 $\frac{1}{4}$ 的時間都在學校學習，接著二年後認識了奶奶結了婚，又過了二年，你的爸爸出生了，你爸爸今天都已經 41 歲了，時間過得真快呀。

我們將上面爺爺的所述化成時間軸，如下。



我們將爺爺活至今日歲數，等分成四等分。

第一個時期都在求學，兩年後結婚、再兩年後阿強的爸爸出生。

所以今天爸爸是 41 歲，往回加上 4 年，便是爺爺活到今天歲數的 $\frac{3}{4}$ 。

換句話說，爺爺的歲數的 $\frac{3}{4}$ 是 45 歲。將 $45 \div \frac{3}{4} = 45 \times \frac{4}{3} = 60$

，得到爺爺今年是 60 歲。

也就是爺爺 $60 \times \frac{1}{4} = 15$ ，15 歲前都在讀書，可以推測爺爺念書念到國中呢。

爺爺 19 歲時，阿強的爸爸出生了。

我們常常聽別人分享過去的經驗，聆聽前人的經驗，讓我們獲取經驗避免再走冤枉路。我們可以從中分析出整個時間軸，小說家

在編寫故事時、警察在辦案時、秘書在替老闆確認各種行程等等都常會使用時間軸，這裡將用數線來建構時間軸(time axis)。

前面章基準量與比較量中，它的應用兩量之和與兩量之差，也在年齡問題中也能看見它的推廣。

例如:爸爸今年 38 歲，兒子 5 歲。當爸爸年紀是兒子 4 倍時，弟弟幾歲?

爸爸與小孩差了 33 歲，爸爸的年紀:兒子年紀=4:1。

兩量之差 $\div(1-\text{比值}) = \text{基準量}$ ， $33\div(4-1)=11$ 。

當小孩 11 歲時，爸爸則是 $11+33=44$ 歲。

而我們使用列表方式探討答案時:

父	34	35	36	37	38	39	40	41
子	1	2	3	4	5	6	7	8
倍率	34	17.5	12	9.25	7.6	6.5		5.125

父	42	43	44	45	46	47	48	49
子	9	10	11	12	13	14	15	16
倍率		4.3	4	3.75			3.2	3.0625

我們可以從上面列表觀察，從一開始爸爸是小孩的 34 倍不斷地減少，我們也可以透過列表方式找到該題的答案，顯然這樣的方法比較沒有效率。

在遇到問題時，畫上時間軸數線去釐清問題，是重要的解決問題技巧，要好好學起來。

小試身手:

1.「1/20 與陳老闆開會，三天後確認訂單。」

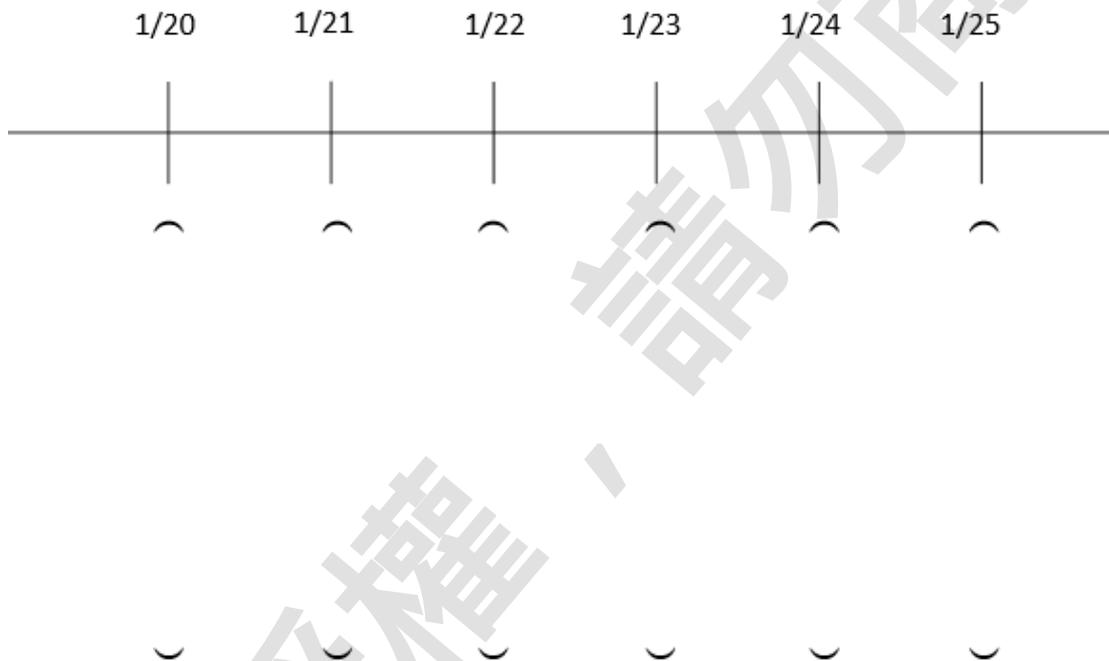
「1/25 19:00 與江老闆開會，前一天確定餐廳人數訂位。」

「1/21 陪同老闆檢查 1/24 開會資料與產品」

「1/24 9:40 公司高層會議，三天前收集各部會開會資料」

秘書正在彙整大腦中，老闆交代各種事項。

請將 1/20 至 1/25 的行程彙整成時間軸式的排程表。



2. 外星人爺爺和孫子祐恩說:「我活到這個年紀, $\frac{3}{5}$ 的人生每天都是防空警報, 我們一聽到警鈴聲, 趕緊逃去地下防空洞避難。連一碗稀飯都沒得吃, 那時真的不知道怎麼活下來的, 接著過了二年到處打零工的日子, 認識你的奶奶。再過了三年, 和你奶奶結婚後生下你的爸爸(出生以一歲計), 你看你爸爸現在都已經 46 歲了。現在太平盛世, 我們要好好珍惜這樣的日子。」依照爺爺的講述, 則爺爺今年()歲, ()歲認識奶奶, ()歲時結婚生子。

3.(1) 母親和女兒相差 26 歲, 當母親年齡是女兒 3 倍時, 女兒()歲。

(2) 今年姑姑 60 歲, 小琪 25 歲, 則()年後, 姑姑的年齡是小琪的 $\frac{7}{12}$ 倍。

4. 五年前, 甲的年齡是乙的 4 倍, 5 年前甲是 52 歲, 則今日再過()年後, 甲的年齡是乙的 2.5 倍。

e. 平均(average/mean): 平均計算與推理

一起吃東西、一起玩遊戲是小時候快樂的時候，在講究公平的時候，我們逐漸有了平均分配的概念，我們將一包餅乾平均分配給一起吃東西的朋友，兄弟姐妹間大家輪流玩玩具。

有朋友生日，大家打算一起出錢買個高級一點的禮物送給他，每個人要出多少錢呢。

當我們日常生活談到「公平(fair)」的概念時，字面上有公正、平等的意思，往往都是要處理分配上的問題的。因此，我們發展出了平均的概念，「人人平等的分配」想法隨之而生。

賈先生和曾先生分別住在 A 地和 B 地，他們想要買賣交易，那麼以公平的角度，是不是兩個人應該約在 A 地和 B 地的中間，這樣兩個人所移動的距離是一樣的。

甲、乙、丙三人出海捕魚分別抓到 0 條魚(甲負責開船)、5 條魚、4 條魚，三人決定一齊評平分抓到的魚，每個人平均分到 3 條魚。

想去旅行的阿奇，接了一份三天的臨時打工，第一天薪水 950 元、第二天 650 元、第三天 1400 元。他想要用這筆錢在同一家旅館連續住三天，他一天最多可以住多少錢的旅館呢？

漸漸地，平均的概念有了更深的討論。我們發現，將「總和 ÷ 個數」，得出來的結果是一個公平的衡量數量，它便是平均。

$$\text{即 } \frac{\text{總和}}{\text{個數}} = \text{平均}$$

我們看阿奇的例子，將題目以表格呈現：

	第一天	第二天	第三天	平均
薪資	950	650	1400	$(950+650+1400)\div 3=1000$
對比平均	少 50	少 350	多 400	

我們計算出阿奇可以住每日 1000 元的旅館。我們還可以觀察到，第一天和第二天的薪資是比平均還要少的。

可以發現對比平均中，少的和多的加總起來是剛好為 0 的。換個角度來說，1000 是 950、650、1400 的中點。換句話說，得到平均後同時可以看出資料的集中程度，當數據都集中在平均數附近時，我們知道資料是很集中的。反之，當資料都離平均很遠，我們知道資料是很分散的。

例如：0、0、100、100，與 40、40、60、60，兩組資料的平均值都是 50，前面組的資料是很分散的，而後面這組是比較集中的。

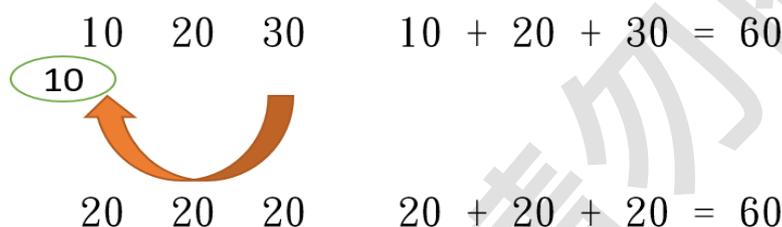
讀到這裡，我們對「平均」一詞已經有相當的了解。但是，有不少讀者或許心中有一個疑問，我們已經有總分可以分出高下了，為何我們還是常常使用了平均呢？

如果有個人國語 90 分、英語 95 分、數學 98 分、自然 92 分、社會 100 分，則計算他的平均是 $\frac{90+95+98+92+100}{5} = \frac{475}{5} = 95$ 分。

我們使用總分時，數字往往是比較大，比較不容易去記憶和處理（例如：你總分 470、我總分 465，是看不出當中科目有沒有問題的）。但使用平均時，我們可以看出哪些是低於平均的，對於下次的改進是有幫助的。（例如：A 同學國語成績低於自己總分平均，國語成績又低於班上國語平均成績，我們可以因此判讀 A 同學的國語成績是比較弱的。）

當我們看到平均時，想到這學期所學的平均速率，或是公司每日可以平均製造 1000 瓶礦泉水，平均概念不是每日就一定生產剛好生產 1000 瓶礦泉水，或許他可能一天生產 999 瓶又或是一天 1002 瓶，它是將一段時間的總生產量除上這段時間，計算出平均每日可以生的量，這也是平均的概念。

我們看 10、20、30 的平均數時，如下圖，我們可以將 30 中的 10 分給了最左方 10，讓三數都呈現都是 20 的情況，這樣大家都平均了。所以平均 \times 個數 = 總和(total)的道理就是這樣。



註：計算平均、有平均計算總合如同加減法概念一樣常用到，務必練熟。計算時注意單位和加總時有無遺漏或是重複計算，這邊計算都不會太過複雜，但是要細心、耐心點才行。

小試身手：

1.(1)小柔這次月考成績：國語 92 分、英語 98 分、數學 88 分、自然與生活 82 分、社會 100 分，五科平均()分。

(2)阿珍這次月考五科平均 82 分，則總分()分，若國英數三科平均是 88 分、自然與生活 74 分，則社會()分。

2.(1)小洪跳高三次，有效成績分別是：1.52 公尺、153 公分、154 公分，則三次平均()公尺。若她想平均上看 153.5 公分，則第四跳她應該挑戰跳 ()公分。

(2)阿玲記錄了四次她從家中出發到公司的所花時間：1 小時 2 分、48 分鐘、 $1\frac{1}{5}$ 個小時、3840 秒，則她平均花()分鐘從家中出發到公司上班。

3.阿賓、阿柚、阿倫三人是好朋友，阿柚欠阿倫 20 元，阿賓欠阿倫 30 元。他們打算一起出錢買一個 699 的禮物給另一個好朋友小安，禮物先由阿柚出錢買了下來，大家將之前的債務一併處理則阿倫只需出()元、阿賓需出()元。

4.老師告訴阿辰，前兩次數學考試平均是 72 分，接著第三、第四次平均是 78 分，而這次考試是 82 分。那麼，阿辰五次平均是()分。

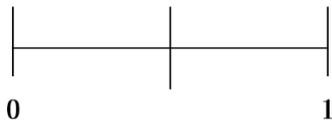
延伸閱讀

將任一直線對折，必定產生一個對稱點。

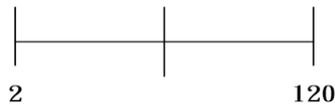
將任一對稱圖形對折，必定產生一條對稱軸。

對稱點到兩端點必等長，對稱軸上任一點，該點水平延伸相對應兩點，對應兩點到對稱軸上該點必等長。

我們將這個「點」稱之中點，前頭所述中，許多數字的中點我們稱平均，其實在其他方面也是有「中點」概念，像是時間、速率、面積與體積，但我們習慣以平均來稱呼，中點則是常用在距離上面。



數線上，0 與 1 的中點，我們可以馬上答出是 0.5 或是 $\frac{1}{2}$ ，數線上 2 和 4 的中點也可以馬上答出是 3，這些近乎「直覺」的答案，有想過是如何得到的呢？



那麼，2 和 120 的中點是什麼呢？我們不妨從頭思考一下，「2」之所以是 2，它是從「0」出發後移動了兩個單位而成 2，而 120 也是從 0 出發，移動了 120 個單位，所以它才是 120。

在處理這個中點問題前我們先看個它的簡化版的問題：



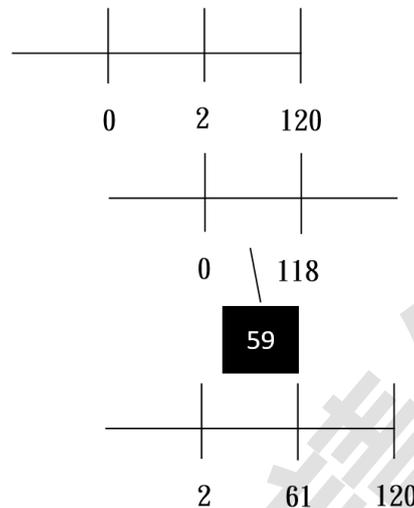
120，是從 0 移動了 120 單位，而 0 是不移動。故我們看成一次不移動、一次移動了 120 單位，則是平均移動了 60 單位，而這個 60 成了中點。

回到原來問題，2 與 120 中點問題變成了：有個人第一次從 0 出發移動了 2 個單位，第二次從 0 出發移動 120 個單位，這個人兩次平均移動了

$$\frac{2+120}{2} = \frac{122}{2} = 61。$$

或許有部分讀者會覺得很困惑，這個平均移動會是中點嗎？120 到 61 的距離和 2 到 61 的距離一樣太不符合直覺了。

我們不妨這麼思考，若我們將 2 當作是 0，則 120 是 118，也就是整個數線同時大家一起減了 2。那麼，我們就回到了 0 與 118 的中點的問題，我們可以很快理解中點是 59。先前我們都一齊減去了 2，再將 2 加回，如下圖所示。



若數線上有甲、乙兩數，則它們中點是什麼呢？

它即是兩次從 0 移動的平均 $\frac{\text{甲}+\text{乙}}{2}$ 。

例如：3 與 $4\frac{2}{7}$ 的中點？ $\frac{3+4\frac{2}{7}}{2} = \frac{7\frac{2}{7}}{2} = \frac{51}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{51}{14} = 3\frac{9}{14}$ 。

練習：5 與 5.125 的中點？

ans: $5\frac{1}{16}$

註：有讀者說有個很類似中點公式， $\frac{\text{乙}-\text{甲}}{2}$ 。我們從乙 - 甲知道，這是在計算甲和乙之間的距離，然後再將這個距離除上 2，也就是這是中點到一端點的距離。

單元練習(Exercise for section 7)

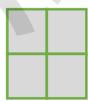
§ 7.1 (a) 三北公車在橋頭站往圓環站 12 公里長道路之間設立了 7 個停靠站牌，如果每個站牌間距離都一樣，則每站間隔()公里，美美從橋頭站上車後，在倒數第三站下車回家，則她家離橋頭站距離()公里。
(不須考慮車站到家的距離)

(b) 捷運紅線有一段停靠站如下：

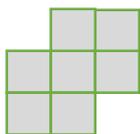
台北車站→臺大醫院站→中正紀念堂站→東門站→大安森林公園站→大安站→信義安和站→台北 101 站→象山站，台北車站到象山站共 9 站。若每站停靠時間是 30 秒，每站行駛時間 2 分鐘。

早上 9:00 清清搭上了捷運中正紀念堂站(搭上車即出發)，若無其他因素下，她會在()點()分後會抵達象山站。

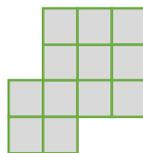
§ 7.2 下方圖是由大小相同正方形組成。請觀察下面(圖一)至(圖三)的規律，則(圖五)共會有()塊正方形組成。



(圖一)



(圖二)



(圖三)

§ 7.3 (a) 有一個長方形面積是 120 平方公分，它的長、寬都是整數，則可能有()種類型的長方形。(若長、寬是相反的長度視為同一種長方形)

(b) 有一平行四邊形周長是 32 公分，它的長和寬除了都是整數外，長是寬的 3 倍，則長為()公分。

§ 7.4 電視劇中，百發百中弓箭神射手主角阿良遇上了更厲害的隱世高手韓師傅，阿良與韓師傅在 200 公尺外射出的弓箭，韓師傅慢了一秒射出弓箭，並將阿良的箭從箭的尾端穿入後箭頭穿出，阿良的箭被貫穿成兩半後，韓師傅的箭命中紅心。

若阿良的射箭速率是 50 公尺/秒，韓師傅射箭速率是 70 公尺/秒，韓師傅的箭碰到阿良的箭時，離靶心還有()公尺。(不須考慮兩人射同靶的距離誤差)

§ 7.5 美國航空母艦靜水船速 54 公里/小時，在距離台灣東北方 1638 公里外的島上進行戰備補給。美軍若收到台灣的求救訊號，並答應予以援助。戰艦在逆向洋流(每秒 1 公尺)中行駛，至少要()小時()分才可以抵達台灣。

§ 7.6 Adan 說活到今天為止，有 $\frac{2}{3}$ 的時間都在美國，然後去了泰國工作了二年，再去韓國待了一年後，來到台灣，到今天已經待了 15 年了。則 Adan 現在已經()歲。

§ 7.7 當烏龜爸爸 47 歲時，小烏龜 3 歲。若干年後，現在烏龜爸爸的年齡是小烏龜 1.5 倍，烏龜爸爸現在是()歲。

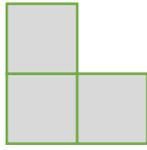
§ 7.8 外送員小熊每天工作 8 個小時，一個禮拜每天完成的訂單分別是：21 張、18 張、15 張、19 張、22 張、28 張及 24 張，則小熊平均一個小時完成()張訂單。(請四捨五入至小數點後第一位)

§ 7.9 有甲、乙、丙三個杯子分別裝有 1.72 公升、1.57 公升、1.9 公升的柳橙汁。若想要三杯柳橙汁一樣多，則可將丙杯倒入乙杯()公升、再將丙杯再倒入甲杯()公升。

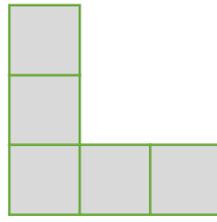
§ 7.10 平均數中，若不是每筆數據都是一樣「重要」的話，將特定數據給予特別倍率，而這種的平均數稱「加權平均數」。例如：美術班考試中，分成筆試(智力測驗、美術知識)及術科考試(素描、水彩)，兩者總分都是 100 分，但是美術班是特別強調美術技藝展現，故給美術成績加權 2 倍倍率的評分方式。那麼，若有人筆試成績 90 分、術科成績 80 分，則他的加權平均是 $\frac{90+80 \times 2}{1+2} = \frac{250}{3} = 83.33 \dots$ ，若他按照一般平均他可以得到 85 分。

若小施參加資優班考試，考國英數自社五科，其中英文加權 2 倍、數學加權 4 倍、自然加權 2 倍，若小施國文 70 分、英文 82 分、數學 65 分、自然 80 分、社會 65 分，平均分數是()分，加權平均分數是()分。
(若有小數請四捨五入至小數點後一位)

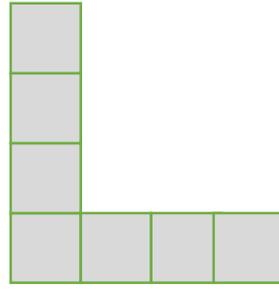
§ 7.11☆ The pattern shown below is made up of rectangles.



(Figure 1)



(Figure 2)



(Figure 3)

Find the number of rectangles in Figure 8.

§ 7.12☆ There were 7 employees each allowed to bring along two or three guests at a company Thanksgiving dinner. In total, 7 employees and 18 guests were at the event. How many employees brought along 2 guests, assuming that all employees brought at least 2 guest?

§ 7.13☆ A boat can travel at 15 km/h in still water. It goes 36 km upstream in three hours. What the speed of stream?

§ 7.14[☆] Molly is twenty-one years older than Gina. Now Molly is four times as old as Gina. How old is Gina now?

§ 7.15[☆] Peter read a new book from Monday to Wednesday. He read 146 pages on Monday and 205 pages on Tuesday. On the average, he read 180 pages per day during these 3 days. How many pages did he read on Wednesday?

解答篇 (A冊)

第0章

a. 分數的加減乘除

-第5頁-

是非題

1. X $\frac{8}{124}$ 不是最簡分數
2. O
3. X $40 \frac{1}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{201}{5} \times \frac{5}{3} = 67$ 個袋子
4. O
5. X $\frac{5}{9} < \frac{7}{5}$

填充

1. $4 \frac{11}{25}$
2. $\frac{15}{28}$
3. $\frac{29}{3}$
4. 4
5. $11 \frac{3}{5}$
6. $\frac{121}{8}$
7. 8
8. $1 \frac{1}{5}$
9. $13 \frac{3}{4}$
10. $14 \frac{3}{4}$

題組

11.

(1) 3 小時又 45 分鐘。

$$\frac{15}{4} \times 60 = 225, 3 \text{ 小時又 } 45 \text{ 分鐘}$$

(2) $6 \frac{29}{60}$ 小時。 $\frac{15}{4} + \frac{20}{60} + \frac{12}{5} = 6 \frac{29}{60}$ 小時

(3) 15 點 29 分。 $9:00 + 6:29 = 15:29$

12.

(1) $40 \div 2 \frac{2}{5} = 16 \frac{2}{3}$ ，共可剪出 16 段。

$$(2) 40 - 2 \frac{2}{5} \times 16 = \frac{200}{5} - \frac{192}{5} = \frac{8}{5},$$

剩下 $\frac{8}{5}$ 公尺。

b. 小數的加減乘除

-第7頁-

是非題

1. X
2. O
3. X 商:10，餘數:45
4. X 0.325
5. X 1.240528
6. O $24 \times 0.125 = 3$ 公斤

填充

1. 574.3274
2. 0.9489291
3. 9.5625
4. 21.1204

5. 1.955
 6. 2.475
 7. 13.42985
 8. 14.2975
 9. 162 $(100 - 2.8) \div 0.6 = 162$ 杯

10. A A牌:一張 $\frac{520}{7000} \approx 0.074$ 元、
 B牌:一張 $\frac{480}{6200} \approx 0.077$ 元，
 故 A 牌衛生紙較便宜

題組

11. (1) 0.4、0.04
 (2) $(0.04) \div (40)$
 12.
 (1) 24.1 公分， $27.3 - 3.2 = 24.1$ 公分
 (2) 207 幅， $5000 \div 24.1 \approx 207.46$ 幅

c. 正方形、長方形、三角形、
 平行四邊形、梯形、菱形、箏形
 及圓形的面積

-第 14 頁-

是非題

1. O
 2. X 菱形是平行四邊形的一種
 3. X $3.215 \times 2 \times 3 = 19.29$ 公分
 4. O
 5. X
 6. O

7. O
 8. O
 填充

1. 648

將虛線圍成矩形減去四角四個矩形
 $(8 + 9 + 10) \times 50 - 18 \times 8 - 18 \times$
 $10 - 21 \times 8 - 21 \times 10 = 1350 -$
 $144 - 180 - 168 - 210 = 648$ 平方公
 分

2. 448

將矩形減去中間的梯形: $16 \times (14 +$
 $3 + 18) - \frac{(3+11) \times 16}{2} = 560 - 112 =$
 448平方公分

3. 316

將矩形減去中央梯形: $32 \times 12 -$
 $\frac{(5+12) \times 8}{2} = 384 - 68 = 316$ 平方公分

4. 72

如圖，它是一個菱形，

故面積: $12 \times 12 \div 2 = 72$ 平方公分

5. 2

甲、乙梯形面積，上、下底變為 2 倍
 時，上底加上下底為原來的上底加下
 底的 2 倍，故面積為原先的 2 倍

6. 334.8

將大圓面積減去小圓面積即得兩圓之
 差: $12 \times 12 \times 3.1 - 6 \times 6 \times 3.1 =$
 334.8平方公分

7. 45 ; 112.5

周長(弧長+2 半徑): $15 \times 2 \times 3 \times \frac{60}{360} + 2 \times 15 = 15 + 30 = 45$ 公分;

面積: $15 \times 15 \times 3 \times \frac{60}{360} = \frac{225}{2} = 112.5$ 平方公分

8. 12

圓周=直徑 $\times 3.14$,

故半徑: $(75.36 \div 3.14) \div 2 = 12$ 公分

9. 9

三角形面積: $\frac{12 \times 9}{2} = 54$; 平行四邊形的高:面積 \div 底 $= 54 \div 6 = 9$ 公分

10. 420

矩形面積減去空白面積(將橫條平移至底部, 及兩平行四邊形):
 $18 \times 34 - 34 \times 3 - 15 \times 3 \times 2 = 612 - 102 - 90 = 420$ 平方公分

題組

11. (1) 是(2) 否(3) 否

12. (1) 丁(2) 乙、己(3) 甲(4) 甲、戊
(5) 乙、丁、己

d. 因數與倍數、最大公因數與最小公倍數

-第 19 頁-

是非題

1. O

2. X

3. X 質數和: $2 + 3 + 5 \dots + 19 = 77$

4. X 5 是最大質因數, 最大因數自己本身

5. O

6. X 最大公因數是 12

7. X

8. O

9. X 0 不為任何整數的因數

10. O

11. O

12. O

填充

1. 1、2、3、5、6、10、15、30;

2、3、5; $2 \times 3 \times 5$

2. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$;

$2 \times 2 \times 3 \times 3$; 4; 288

3. 3、5、7、17、19;

3、12; 7、8、17、19、28

4. 24

5. 42

3、6、7 最小公倍數為 42

6. 3×5 ; $2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

7. 126; 63; 21

8. 乙、戊

9. 三

長和寬最大公因數 6, 共切成 2×2 、 3×3 、 6×6 公分的三種正方形

10. 4月1日

18、30 最小公倍數 90，即 90 天後兩人再次相遇，

1~3 月共 31 日、28 日、31 日，則 4 月 1 日兩人相遇

題組

11. (1) 男生一班 9 人、女生 11 人，共 8 班(2) 男生 18 人、女生 22 人

12. 圓形氣球共 40 個、菱形氣球共 20 個。

每 6 公尺(2、3 公尺的公倍數) 放置菱形氣球。120 公尺長路上原來共會有 $120 \div 2 = 60$ 個圓形氣球，而菱形氣球共會有 $120 \div 6 = 20$ 個。原先的 60 個每 2 公尺放置圓形氣球在 6 個倍數時會換成菱形氣球。故圓形氣球共 40 個、菱形氣球共 20 個。

e. 比與比值、正比、簡單幾分之幾

-第 25 頁-

是非題

1. O

2. X

3. O

4. X

5. X

6. X 應為: $\frac{6}{16 \times 60}$

7. O

8. X

9. O

10. O

填充

1. $4:3; \frac{4}{3}$

2. 21:5

3. 200

4. (1)3:5 (2)12:31 (3)24:37

(4)4:7 (5)5:8

5. 2640 ; 3960

6.

數量與價格的比值	$\frac{1}{2300}$	$\frac{1}{2300}$	$\frac{1}{2300}$	$\frac{1}{2300}$	$\frac{1}{2300}$	$\frac{1}{2300}$
----------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------

(1)是(2)138000

7. 甲、丙、庚

戊: 圓形面積與該圓的「半徑×半徑」成

正比

己: 有可能，但不一定

8. (1)7:2032(2) $\frac{7}{2032}$

9. (1)4 ; 84(2)42 ; 175

10.

礦泉水(瓶)	12	24	2	1200	600
時間(秒)	480	960	80	4800	2400
礦泉水數量與時間的比值	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{40}$

(1) 2160 (2) 400000

(1) 一天共 $24 \times 60 \times 60 = 86400$ 秒，而一瓶礦泉水生產需 40 秒，則 $86400 \div 40 = 2160$ 瓶 (2) 10000 瓶，共需 $10000 \times 40 = 400000$ 秒

計算

11. (1) 625 毫升 (2) 1000 毫升

12. (1) 是，比值皆 $\frac{1}{82}$

(2) $\frac{30 \times 300 \times 82}{1000} = 738$ 公斤

(3) $\frac{16400}{82} = 200$ 公里

f. 推理與應用問題

-第 29 頁-

假設-排除型

1. 問題 1:

隊伍	第 1 組	第 2 組	第 3 組	第 4 組	第 5 組	第 6 組	可能?
方案 1	3 人	3 人	1 人	1 人	1 人	1 人	否
方案 2	3 人	3 人	1 人	1 人	1 人	1 人	否
方案 3	3 人	2 人	2 人	1 人	1 人	1 人	是

方案 4	2 人	2 人	2 人	2 人	1 人	1 人	是
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

問題 2: 方案 (4)

2. 紅白藍黃黑紅紫

3. 問題 1: 是

問題 2: A 同學

推論-替代型

1. 問題 1: 五星龍珠 4 顆、4 星龍珠 1 顆、3 星龍珠 2 顆

問題 2: 7 顆

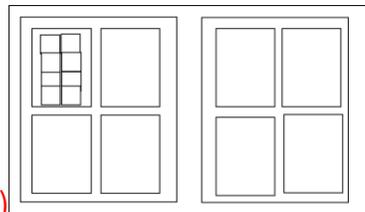
2. 問題 1: 2 斤

問題 2: 4 頭羊

3. 問題 1: 64 個

問題 2: 71 個

問題 3: 512 個



(1)

$$8 \times 8 = 64 \text{ 個}$$

$$(2) 1 + 2 + 4 + 64 = 71 \text{ 個}$$

$$(3) 64 \times 8 = 512 \text{ 個}$$

觀察-歸納型

1. 問題 1: 12

問題 2: 4

問題 3: 1

2. 問題 1: 7

問題 2: 8

3. 問題 1: 1、3

問題 2: 4、5、6

教育版權授權、請勿商業用途

第1章 分數、小數的四則運算

a. 連續多項分數、小數計算

-第39頁-

1. $4\frac{2}{5}$

2. $3\frac{2}{5}$

3. $3\frac{2}{5}$

4. $4\frac{2}{5}$

5. 5.626

6. 9.634

7. 61.1

8. $1\frac{7}{8}$

9. $1\frac{7}{8}$

10. $\frac{93}{20}$

11. $1200 - (4.75 \times 2 \times 30 + 15.25 \times 3)$

12. $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{8} - \frac{1}{3} - \frac{1}{10}$

13. $(5.2 + 1.08) - (0.5 \times 8) + 3.14$

b. 分數與小數間的轉換

-第42頁-

1. O

2. X

3. X

4. X

5. O

6. O

-第43頁-

7. X

8. O

9. O

10. X

11. O

-第44頁-

12. $\frac{19}{10}$

13. $1\frac{1}{10}$

14. $5\frac{14}{25}$

15. $\frac{13}{5}$

c. 括號、去括號

-第46頁-

1. 10.06

2. $\frac{2}{3}$

3. 2

4. $12\frac{1}{99}$

d. 混合四則運算

-第51頁-

1. $\frac{11}{5}$

2. $8\frac{1}{2}$

3. 6

4. $\frac{147}{2}$

5. 16.8

6. 0.38

7. X

8. O

e. 應用問題

-第 53 頁-

1. $(19.25 - 13.15) \times 10 = 6.1 \times 10$
 $= 61(\text{公斤})$

2. $8\frac{2}{3} + 8\frac{2}{3} \times 2 = 8\frac{2}{3} \times (1 + 2)$
 $= 26\text{公尺}$

3. $4.8 + (4.8 - 3.2) = 6.4\text{公尺}$

4. (1) 全校共 $420 \div \frac{4}{7} = 735$ 人
 (2) 六年級人數共 $735 \times \frac{1}{5} = 157$ 人

5. $(35.2 + 38.5) \times 3\frac{2}{11} = \frac{737}{10} \times \frac{35}{11}$
 $= 234\frac{1}{2}\text{元}$

6. $(2000 \times 28.2) \div 3.2 = 17625\text{克朗}$

單元練習

-第 55 頁-

§1. 1. (a) $\frac{3}{5}$ (b) $4\frac{7}{12}$ (c) 23 (d) $1\frac{43}{100}$ (e) 156

§1. 2. (a) 1 (b) $10\frac{1}{6}$ (c) 500 (d) $\frac{9}{8}$ (e) 32

§1. 3.

分數	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$
小數	0.5	0.25	0.75	0.2	0.4
分數	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{100}$
小數	0.6	0.8	0.1	0.05	0.01
分數	$\frac{3}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{1}{25}$
小數	0.06	0.35	0.45	0.95	0.04

§1. 4.

分數	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$
小數	0.125	0.25	0.375	0.625	0.875
分數	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{1}{40}$
小數	0.08	0.16	0.36	0.48	0.025

§1. 5. (a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{3}{5}$

§1. 6. $(9.2 + 14.8) \times \text{高} \times \frac{1}{2}$
 $= 18 \times 18 \Rightarrow \text{高} = 27\text{公分}$

§1. 7. $(22.4 \div \frac{5}{12}) \times \frac{1}{4} = 13\frac{11}{25}\text{公分}$

§1. 8. 剩下的人數占全館的 $1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ ，全館人數： $24 \div \frac{4}{15} = 90$ 人

§1. 9.

(1)一斤龍眼: $\frac{625}{2.5} = 250$ 元，

一斤蘋果: $\frac{324}{1.5} = 216$ 元，

一斤桃子: $\frac{220}{2.2} = 100$ 元，

故甲太太買的龍眼最貴

(2) $(250 + 216 + 100) \times 5 = 2830$ 元

§1. 10.

乙影印機每分鐘可以印 $1.95 \times 60 = 117$ 張紙，則兩台共可印: $75 \times 20 \frac{1}{6} + 117 \times 20 \frac{1}{6} = 3872$ 張

§1. 11. (Tina 買了 5.25 磅重的黃梨和 4.75 磅的紅梨，兩種梨子都是一磅 1.99 元，請問 Tina 共花多少錢?) $(5.25 + 4.75) \times 1.99 = 19.9$ 元

§1. 12. (若有 $\frac{5}{7}$ 的餅乾已經售出，還剩下 172 塊餅乾。請問共賣出多少塊餅乾?) 即餅乾還剩下全部的 $\frac{2}{7}$ ，則共有 $172 \div \frac{2}{7} = 602$ 塊餅乾，共賣出 $602 \times \frac{5}{7} = 430$ 塊餅乾

第 2 章 柱體的體積

a. 面與柱

-第 63 頁-

1.

	頂點數	邊數	面數
三角柱	6	9	5
正方體	8	12	6
長方體	8	12	6
平行四邊形柱體	8	12	6
梯形柱體	8	12	6
圓柱	0	0	2
五角柱	10	15	7
六角柱	12	18	8

2. ①面 GHEF

②面 CDHG ; 面 ADHE ;

面 BAEF ; 面 BCGF

③4

3. ①面 DEF ②面 ABC ; 面 DEF

③ AD ; CF ; BE ④垂直

4. 3 ; 3 ; 1 ; 1

b. 角柱的表面積與體積

-第 65 頁-

1. (1) 420 (2) 270

2. (1) 630 (2) 523

3. 1296

4. 672

c. 圓柱的表面積與體積

-第 67 頁-

1. 1243.44 ; 640.56

體積： $6 \times 6 \times 11 \times 3.14 = 1243.44$ 立方公分，
表面積： $2 \times 6 \times 6 \times 3.14 + 2 \times 6 \times 3.14 \times 11 = 640.56$ 平方公分

2. 10

3. 圓周 ; 柱高

4. 6.75 ; 27 ; 3

底面積： $1.5 \times 1.5 \times 3 = 6.75$ 平方公分，
體積： $6.75 \times 4 = 27$ 立方公分，相當邊長 3 公分正方體體積

5. 48 ; 720

扇形面積： $\frac{160}{360} \times 6 \times 6 \times 3 = 48$ 平方公分，
體積： $48 \times 15 = 720$ 立方公分

d. 柱體展開圖

-第 69 頁-

1. ① \overline{LE} ; \overline{KD} ; \overline{CD} ; \overline{EF}

② EFGH ,

DEFC ; KLED ; CFNM ; HJIG

③ 160 ; 184

體積： $5 \times 4 \times 8 = 160$ 立方公分，

表面積： $2 \times (5 \times 4 + 4 \times 8 + 5 \times 8) = 184$ 平方公分

2. 90 ; 165

體積： $6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 10 = 90$ 立方公分，

表面積： $2 \times 6 \times 3 \times \frac{1}{2} + 10 \times 4 + 10 \times 6 + 10 \times 4.7 = 165$ 平方公分

3. 100 ; 56

表面積： $2 \times (2 \times 7 + 4 \times 7 + 4 \times 2) = 100$ 平方公尺，體積： $2 \times 4 \times 7 = 56$ 立方公尺

4. 丙、丁、戊、己

e. 複合柱體的表面積與體積

-第 71 頁-

1. 1536

底面長、寬： $8 + 2 + 2 = 12\text{m}$ ，

體積： $12 \times 12 \times 12 - 2 \times 2 \times 12 \times 4 = 1728 - 192 = 1536$ 立方公尺

2. 429

大圓柱 - 小圓柱：

$6 \times 6 \times 3 \times 13 - 5 \times 5 \times 3 \times 13 = 13 \times 3 \times (36 - 25) = 429$ 立方公分

3. 100 ; 10

四角柱體積： $8 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{8} + 8 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{8} = 8 \times \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{8} \times (5 + 3) = 100$ 立方公分，相當於是邊長 10 公分的正方體體積

單元練習

-第 73 頁-

§2. 1. (a)22(b)36

(a)底面積： $374 \div 17 = 22$ 平方公分

(b)三角柱體積： $(\text{底} \times 4) \times \frac{1}{2} = 72 \Rightarrow \text{底邊長} : 72 \div 2 = 36$ 公分

§2. 2. (a) 面 DFE ; 面 ACB、面 DFE

(b) \overline{DF} ; \overline{CF} 、 \overline{AD} (c) 72 ; 否

§2. 3. 137200000

體積： $980 \times 400 \times 350 = 137200000$ 立方公分

§2. 4. 25.46 ; 7.59

表面積： $2 \times (3 \times 2.3 + 1.1 \times 2.3 + 3 \times 1.1) = 25.46$ 平方公尺，體積： $3 \times 2.3 \times 1.1 = 7.59$ 立方公尺

§2. 5. 98 ; 1078

底面積： $15 \times 15 \times 3 \times \frac{60}{360} = 98$ 平方公分，體積： $98 \times 11 = 1078$ 立方公分

§2. 6. 18.6 ; 195.3

長： $2 \times 3 \times 3.1 = 18.6$ 公分，體積： $3 \times 3 \times 3.1 \times 7 = 195.3$ 立方公分

§2. 7. 544.5

體積： $9 \times 9 \times 22 - 7.5 \times 7.5 \times 22 = 544.5$ 立方公分

§2. 8. (a) 圓(b) 2 (c) 704

(b) $(14 - 10) \div 2 = 2$ 公分

(c) $10 \times 10 \times 8 - 2 \times 2 \times 3 \times 8 = 704$ 立方公分

§2. 9. 1728

以水平方式切成三層:

$$\text{底層: } 12 \times 18 \times 4$$

$$\text{中層: } 8 \times 18 \times 4$$

$$\text{上層: } 4 \times 18 \times 4,$$

$$\text{三層相加共 } (12 + 8 + 4) \times 18 \times 4 = 1728 \text{ 立方公分}$$

§2. 10. 229.23

體積: 正方體與左、右凸出的長方體。
 $6 \times 6 \times 6 + 2.6 \times 1.8 \times 1.5 + 2.3 \times 1.8 \times 1.5 = 216 + 13.23 = 229.23$ 立方公分

§2. 11. (有一座長方體狀的游泳池，長 21.5 公尺、寬 8.2 公尺、深 2.1 公尺，請問它的體積是多少?)

$$21.5 \times 8.2 \times 2.1 = 370.23 \text{ 立方公尺}$$

§2. 12. (湯姆的魚缸的體積是 2800 立方英吋，底面積是 500 平方英吋，試問魚缸有多高?) 高: $2800 \div 500 = 5.6$ 吋

§2. 13. (有一個圓柱狀的貓籠，半徑是 1.6 英呎、柱高 1.2 英呎，請問貓籠體積有多大?(圓周率請以 3.14 計算))

$$\text{體積: } 1.6 \times 1.6 \times 3.14 \times 1.2 = 9.64608 \text{ 立方英呎}$$

§2. 14. (請算出圖中複合柱體的體積)

體積: 將其水平切割成上下兩層

$$\text{上層: } 6 \times 4.2 \times 3 = 75.6 \text{ 立方英吋}$$

$$\text{下層: } 6 \times 9 \times (7.5 - 3) = 243 \text{ 立方英吋, 則體積: } 75.6 + 243 = 318.6 \text{ 立方英吋}$$

第3章 速率

a. 時間與距離的單位轉換

-第78頁-

1. (1) 2700 ; $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{15}$; $\frac{1}{225}$ (3) $3\frac{1}{4}$

2. (1) 127000 (2) 0.14 ; 140

(3) 0.03125 ; 3125

3. 86400 ; 525600

一天共 $60 \times 60 \times 24 = 86400$ 秒，一年共 $365 \times 24 \times 60 = 525600$ 分鐘

4. (1) 0.115 (2) 80

(1) 1 分鐘: $1.15 \div 10 = 0.115$ 公斤

(2) 1 分鐘: $2400 \div 30 = 80$ 公尺

b. 速率與平均速率

-第82頁-

1. (1) 慢 (2) 長 (3) 不變

2. (1) 3.1 (2) 40

3. (1) 9 (2) 240 ; 4 (3) 150

(2) 速率 $800 \div 3\frac{20}{60} = 240$ 公尺/分，
秒速: $\frac{800}{200} = 4$ m/s

(3) 颱風在 $\frac{100}{40} = 2.5$ 小時後抵達，即
150 分鐘

4. 375 ; 可以

速率: $0.6 \div 0.0016 = 375$ m/s，比聲音的傳遞速率(音速)還快

5. 1.2

移動距離共: $630 \times 2 = 1260$ 公尺，時間共: 17 分 30 秒，則平均速率: $\frac{1260}{1050} = 1.2$ m/s

c. 速率的應用、反求

-第85頁-

1. 400

速率: $\frac{7.5}{30} = 0.25$ 公里/分，100 公里則需要時間: $100 \div 0.25 = 400$ 分鐘

2. (1) 220 (2) 18

(1) 距離: $330 \times \frac{40}{60} = 220$ 公里

(2) 時間: $\frac{40}{130} = 0.3$ 小時，相當於 18 分鐘

3. 13 ; 20

游泳速率: $\frac{56}{32} = 1.75$ 公尺/秒，10 趟共 $200 \times 7 = 1400$ 公尺，則花時間: $\frac{1400}{1.75} = 800$ 秒，即 13 分鐘 20 秒

4. 2

距離共 $21 \times 2 = 42$ 公里，在平均速率 10 km/h 下，需 $\frac{42}{10} = 4.2$ 小時，則回程需在 $4.2 - 2.2 = 2$ 小時內跑完

d. 速率的單位轉換

-第87頁-

1. (1) 10 ; 10000 (2) 100 ; $\frac{500}{3}$

(3) 920 (4) 1512

$$(4) 420 \times \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{60 \times 60}} = 420 \times \frac{3600}{1000} = 1512 \text{ 公里/時}$$

$$2. \frac{25}{3}$$

$$30 \times \frac{1000}{60 \times 60} = \frac{25}{3} \text{ 公尺/秒}$$

3. 396 ; 甲

$$\text{乙火箭 } 110 \times \frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}} = 110 \times \frac{3600}{1000} = 396 \text{ 公里/小時，故甲火箭比較快}$$

4. 1.852 ; 0.514

$$\text{時速: } \frac{1852}{1000} = 1.852 \text{ 公里/小時，} \frac{1852}{1000} \times \frac{1000}{3600} \approx 0.5144 \text{ 公尺/秒}$$

e. 到達時間

-第 88 頁-

- 兩人家距離為 720 公尺，而嘉雯共騎了： $(60 \times 4) \times 2.5 = 600$ 公尺，故還有 $720 - 600 = 120$ 公尺
- 兩車速率差： 15 km/h ，300 秒兩車距離共差： $15 \times \frac{5}{60} = \frac{5}{4}$ 公里，共 1250 公尺
- 阿佑和阿新的移動比例 1.5:1.8，為 2:3。600 公尺的道路上 5 等分，阿佑占 2 等分，即阿佑移動 $600 \times \frac{2}{5} = 240$ 公尺處會與阿新相遇。

故阿佑 $\frac{240}{1.5} = 160$ 秒後與阿新相遇

4. 40 秒後，

小瑞共移動： $0.8 \times 40 = 32$ 公尺、

小舒共移動： $2 \times 40 = 80$ 公尺，

則兩人共距離 $80 + 32 = 112$ 公尺

單元練習

-第 91 頁-

§3. 1. (a) 552 ; 33120

(b) 0.01025 ; 0.00001025

§3. 2. (a) 4.5 (b) 6.25 (c) 1.6

(c)

爺爺去程花 $1\frac{1}{4}$ 小時、回程 $1\frac{1}{2}$ 小時，

$$\text{速率: } \frac{2.2 \times 2}{1\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}} = \frac{4.4}{\frac{3}{2}} = \frac{44}{10} \div \frac{11}{4} = 1.6 \text{ km/h}$$

§3. 3. (a) 6000 (b) 37.5

(b) 速率： $\frac{3.2}{15}$ 公里/分，則 8 公里需要時間： $\frac{8}{\frac{3.2}{15}} = 8 \times \frac{15}{3.2} = 37.5$ 分鐘

§3. 4. 4 ; 0

小姜自行車共騎了： $4.2 \times 2 = 8.4$ 公里，故剩下 $13.2 - 8.4 = 4.8$ 公里是步行的，步行共花了 $\frac{4.8}{2.4} = 2$ 小時，故從甲至乙地共花 4 小時

§3. 5. (a) 1300 ; $\frac{130}{6}$ (b) 3.888

(c) $\frac{53}{6}$; $\frac{53}{360}$ (d) $\frac{50}{9}$; $\frac{5}{54}$

$$(b) 108 \times \frac{\frac{1}{100} \times \frac{1}{1000}}{\frac{1}{60 \times 60}} = 3.888 \text{ km/h}$$

§3. 6. 6120

5 馬赫為 $340 \times 5 = 1700$ 公尺/秒，等於 $1700 \times \frac{1}{\frac{1}{3600}} = 6120$ 公里/小時

§3. 7. 150

十秒相當是 $\frac{10}{3600}$ 個小時，則車子共移動： $54 \times \frac{10}{3600} = \frac{3}{20}$ 公里，相當 $\frac{3}{20} \times 1000 = 150$ 公尺

§3. 8. 24

20 分鐘後，護衛與老闆的距離為： $3 \times \frac{20}{60} \times 2 = 2$ 公里，以速率 5 公里/小時行進 2 公里需時間： $\frac{2}{5} = 0.4$ 小時，即 24 分鐘

§3. 9. 308

橋長： $2.01 \times 77 + 1.99 \times 77 = 77 \times (2.01 + 1.99) = 308$ 公尺

§3. 10. 1.5

弟弟共花了： $\frac{5}{50} = 0.1$ 小時(即 6 分鐘)到達叔叔家，則哥哥 6 分鐘共行駛： $35 \times 0.1 = 3.5$ 公里，即哥哥離叔叔家還有 1.5 公里遠

§3. 11. (阿爾伯特以時速 50 公里的速度開車開了 3 小時，接著他又以時速 65 公里再開了 1 小時，請問這趟車程的平均速率是多少?)

平均速率： $\frac{50 \times 3 + 65 \times 1}{3 + 1} = \frac{215}{4} = 53.75$ 公里/小時

§3. 12. (凱西走路的速率是 45 公尺/分，而姍迪是 55 公尺/分。他們從第一市場出發，走路到 C 銀行，第一市場距離 C 銀行有 990 公尺遠。請問當姍迪走到 C 銀行時，凱西距離 C 銀行還有多遠?)

姍迪抵達 C 銀行共花 $\frac{990}{55} = 18$ 分鐘，則凱西共移動了 $45 \times 18 = 810$ 公尺，

故凱西離 C 銀行還有 180 公尺遠

[挑戰] 8 ; 0 ; 3

(1) 甲同學速率： $12 \times \frac{1000}{3600} = \frac{10}{3}$ 公尺/秒，1600 公尺則需 $\frac{1600}{\frac{10}{3}} = 480$ 秒，即 8 分鐘。

(2) 當甲跑完一圈只花 2 分鐘時，乙才跑了 $2.1 \times 120 = 252$ 公尺，則甲、乙一圈會相差 148 公尺。當甲跑第三圈時，乙和甲相差 $148 \times 3 = 444$ 公尺，超過一圈 400 公尺的距離，故第三圈時甲會倒追到乙。

第 4 章 基準量與比較量

a. 倍數關係

- 第 96 頁 -

1. (1) 50 (2) $\frac{10}{13}$

2. (1) $\frac{7}{5}$ (2) $\frac{1}{9}$

(1) 沒有哥哥的同學則占全班同學人數的 $\frac{5}{12}$ ，故有哥哥的同學是沒有哥哥

的同學人數的： $\frac{\frac{7}{5}}{\frac{5}{12}} = \frac{7}{5}$ 倍

(2) $\frac{12 \times 8}{288 \times 3} = \frac{1}{9}$ 倍

3. 1.3 ; 50

(1) $\frac{162.5}{125} = 1.3$ 倍

(2) 爸爸身高： $125 \times 1.4 = 175$ ，則妹妹需長高 50 公分才會和爸爸一樣高

4. 6 ; 0.3

稻米是紅豆重量的 $\frac{0.72}{0.12} = 6$ 倍，稻米是花生重量的 $\frac{0.72}{2.4} = 0.3$ 倍

b. 基準量和比較量

- 第 100 頁 -

1. (1) 比較；基準量；比值

(2) $\frac{3}{5}$ ；甲和乙體重總和；丙的體重

(3) 小於

2. (1) 36 ; 54 (2) 160

(2) 全書共 $50 \div \frac{5}{16} = 160$ 頁

3. (1) 1000 (2) 63

(1) 妹妹存了： $\frac{600}{1.5} = 400$ 元，則姊妹共存 1000 元

(2) $84 \times 0.75 = 63$

4. 125 ; 250

(1) 共 $1000 \div 8 = 125$ 組

(2) 一組男女差 2 人，共差 $125 \times 2 = 250$ 人

c. 倍數關係的應用：百分比、成、折數

- 第 102 頁 -

1. (1) 0.2 (2) 72 ; 62.5 (3) 25

(4) 0.5 ; 0.005 (5) 140

2. (1) 14 (2) 175 (3) 78.78

(1) $40 \times (1 - 0.65) = 14$ 人

(2) $35 \div 20\% = 175$ 萬人

(3) $78 \times (1 + 1\%) = 78.78$ 億人

3. (1) 41.6 ; 48 (2) 15 (3) 456

(1) $32 \times (1 + 30\%) = 41.6$ 元；

調漲後： $5 \times (41.6 - 32) = 48$ 元

(2) $25 \times (1 - 40\%) = 15$ 萬元

(3) $800 \times 57\% = 456$ 人

4. (1) 1485 (2) 600 (3) 八

(1) $1980 \times 0.75 = 1485$ 元

(2) $540 \div 0.9 = 600$ 元

(3) $1080 \div 1350 = 0.8$ ，為八折

5. 50 ; 327500 ; 八 ; 22500

(1) 成人票占全部售出的

$$\text{票: } \frac{450}{450+250+50+150} = \frac{450}{900} = 50\%$$

$$(2) 500 \times 450 + 150 \times 250 + 100 \times 50 + 400 \times 150 = 327500 \text{元}$$

$$(3) \frac{400}{500} = 0.8, \text{ 八折}$$

$$(4) \text{ 成人票增加的營業額: } 500 \times 10\% \times 450 = 22500 \text{元}$$

d. 成本、定價、售價、利潤、利息

-第 106 頁-

1. 賺 ; 11500

$$\text{售價}-\text{成本: } 120 \times 400 - (90 \times 400 + 500) = 48000 - 36500 = 11500, \text{ 即賺了 } 11500 \text{ 元}$$

2. 315

$$\text{獲利: } 2100 - 2100 \times 85\% = 2100 \times 0.15 = 315 \text{元}$$

3. 28000 ; 110 ; 95 ; 33250 ; 5250

$$\text{成本: } 80 \times 350 = 28000 \text{元, 定價: } 110 \text{元、特價 } 95 \text{元, 營業額: } 95 \times 350 = 33250, \text{ 淨利(獲利): } 33250 - 28000 = 5250 \text{元}$$

4. 乙

借甲共可獲利:600 元，

借乙則可獲利: $(3040 + 1520 + 760 + 380) - 5000 = 700$ 元，則借乙獲利較多

e. 應用問題

-第 109 頁-

1. 40

$$54 \div (1 + 35\%) = 40 \text{元}$$

2. 15792

$$\text{共跑 } 7520 \times (1 + 1.1) = 15792 \text{步}$$

3. 24

$$\text{短繩: } 32 \div (7 + 1) = 4 \text{公分,}$$

$$\text{長繩: } 4 \times 7 = 28 \text{公分, 則兩繩差 } 24 \text{公分}$$

4. 612 ; 510

$$\text{失敗次數: } 102 \div (1.2 - 1) = 510,$$

$$\text{成功次數: } 510 + 102 = 612$$

單元練習

-第 112 頁-

§4. 1. (a) 基準量 ; 比較量

(b) 基準量 ; 比較量 (c) 10:17

§4. 2. (a) 一樣 ; 快 ; 慢 (b) $\frac{2}{9}$; 4.5

§4. 3. 75 ; 135

$$(1) 150 \times \frac{50}{100} = 75 \text{個} (2) 150 \times \frac{90}{100} = 135 \text{個}$$

§4. 4. 9020

共: $(6888 + 220 + 1092) \times (1 + 10\%) = 9020$ 元

§4. 5. 7525

營業稅: $150500 \times 5\% = 7525$ 元

§4. 6. 320

減少: $200 \times 40\% \times 4 = 320$ 顆

§4. 7. 2052

打折前共買: $1240 + 590 + 990 > 2000$ 享有 95 折優惠，共需
付: $(1240 \times 85\% + 590 \times 70\% + 990 \times 70\%) \times 95\% = 2160 \times 95\% = 2052$ 元

§4. 8. 0.263 ; 0.272 ; 3.810 ;
3.676 ; —

(1) 第一種每一張衛生紙: $\frac{630}{12 \times 200} \approx$

0.263元、第二種每一張衛生

紙: $\frac{680}{10 \times 250} = 0.272$ 元

(2) 第一種每一元可以買: $\frac{12 \times 200}{630} \approx$

3.810張、第二種每一元可以

買: $\frac{10 \times 250}{680} \approx 3.676$ 張，故選第一種較
划算

§4. 9. 75

運動時間: $1\frac{3}{4} \div 1.4 = \frac{5}{4}$ 小時，即 $\frac{5}{4} \times 60 = 75$ 分鐘

§4. 10. 170.2

共騎: $118.4 \times \left(1 + \frac{7}{16}\right) = \frac{851}{5} = 170.2$
公里

§4. 11. (傑森想要買一台現在正打 8 折的智慧手機，它打完折後是美金 168 元，請問原來的價格是多少?) 原價: $168 \div 80\% = 210$ 美元

§4. 12. (肯尼買了一件打了 85 折的毛衣和一件打了 55 折的外套，原來毛衣一件要 100 元、外套一件要 80 元，肯尼打完折要付多少錢?)

總價: $100 \times 85\% + 80 \times 55\% = 85 + 44 = 129$ 元

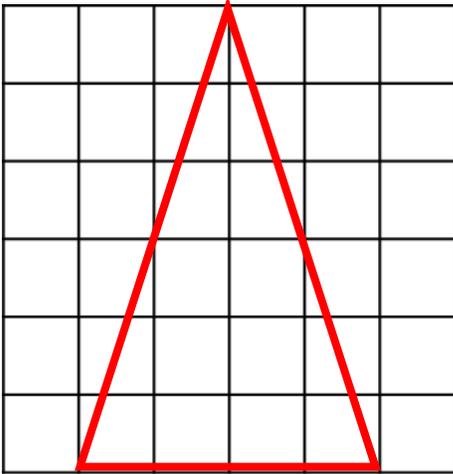
§4. 13. (大衛買了 4 個魚堡給了自己和三位朋友，他將一張 75 折優惠券用在其中一個魚堡上，經過折抵後四個魚堡總共 8.25 元美金。請問一個魚寶的原價是多少?) 一個魚堡: $8.25 \div (0.75 + 1 + 1 + 1) = 2.2$ 美金

第5章 比例尺

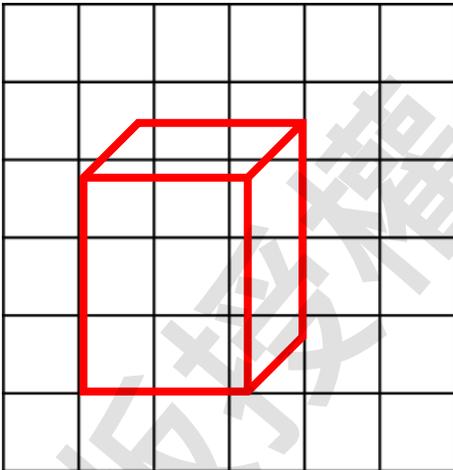
a. 圖的縮小與放大

-第 117 頁-

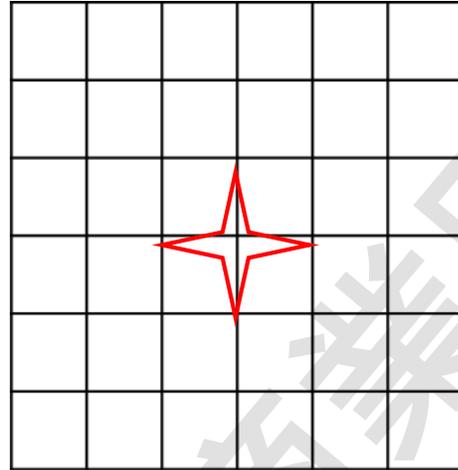
1.



2.



3.



4. 9

b. 比例尺

-第 119 頁-

1. 甲、丁

2. (1) 20 (2) 175 (3) 1500

(2) 轉換比例尺 1 公分:50 公尺，3.5 公分直線現實中： $3.5 \times 50 = 175$ 公尺

(3) 轉換比例尺:1 公分:10 公尺，故長為 20 公尺、寬 75 公尺，面積： $20 \times 75 = 1500$ 平方公尺

3. 0.78 ; 2.4

轉換比例尺:1 公分:500 公尺，長 390 公尺在地圖上為 $\frac{390}{500} = 0.78$ 公分、寬 1200 公尺在地圖上為 $\frac{1200}{500} = 2.4$ 公分

4. 1200 ; 30

轉換比例尺:1 公分:100 公尺，則 12 公分實際上為 1200 公尺，需 $\frac{1200}{40} = 30$ 分鐘才能走完

5. 1:100000

10 公分:10 公里=10 公分:1000000 公分，比例尺為 1:100000

c. 地圖中的比例尺

- 第 121 頁 -

1. 7500

轉換比例尺 1 公分:500 公尺，圖上共 15 公分，實際則為 $15 \times 500 = 7500$ 公尺

2. 1:40000

比例尺： $\frac{2.5}{100000} = \frac{1}{40000}$

3. 6 ; 25

轉換比例尺 1 公分:500 公尺。又 3.025 公里為 3025 公尺，地圖上為 $\frac{3025}{500} = 6.06 \approx 6$ 公分。地圖上 6 公分實際上為 3000 公尺，則有 25 公尺的誤差

d. 應用問題

- 第 123 頁 -

1. (1) 西 ; 5 (2) 左後

(1) 甲⁵↔丙⁵↔乙(2)

丙 丁
⋮
乙 甲

2. 0.4

轉換比例尺:1 公分:100 公尺，

則圖上 4 公分現實為 400 公尺，即 0.4 公里

3. 450

轉換比例尺 1 公分:400 公尺，則地圖上 1.5 公分實際上為 $1.5 \times 400 = 600$ 公尺。

跑步速率為 $\frac{600}{\frac{120}{60}} = 450$ 公尺/小時

e. 比例尺的選用

- 第 124 頁 -

1. 1:500000

比例尺： $\frac{24}{12000000}$ ，1:500000

2. 1:250000

開車 0.5 小時共前進 30 公里，比例尺為 $\frac{12}{3000000} = \frac{1}{250000}$

3. (1) 小 ; 大(2) 大(3) 小

單元練習

- 第 128 頁 -

§5. 1. (a) 1.5 ; 2.25 (b) 2 (c) 16

(a) (1) $\frac{7.5}{5} = 1.5$ 倍

(2) $\frac{7.5 \times 7.5 \times \text{圓周率}}{5 \times 5 \times \text{圓周率}} = 2.25$ 倍

(c) $\frac{4}{\frac{1}{4}} = 16$ 倍

§5. 2. (a) 10 (b) 39.4

(b) 轉換比例尺 1 公分:10 公里，則 394 公里在圖上是 39.4 公分

§5. 3. 8000

實際長: 3.2×25 公尺、寬: 4×25 公尺，面積: 8000 平方公尺

§5. 4. 3

比例尺 1 公分: 0.25 公里，則兩站圖上 12 公分，實際為 $12 \times 0.25 = 3$ 公里

§5. 5. (a) 1:150000 ; $\frac{1}{150000}$ (b) 丙

(a) 4 公分: 6 公里，4:600000，為

	丁	乙
1:150000 (b) :	:	:
	甲	... 丙

§5. 6. 1:5000

比例尺: $\frac{5}{25000} = \frac{1}{5000}$

§5. 7. 36

轉換比例尺 1 公分: 15 公尺，圖上 12 公分實際為 $15 \times 12 = 180$ 公尺，若以 5 公尺/秒的速率行進需 $\frac{180}{5} = 36$ 秒

§5. 8. 41.15 ; 6

(1) 地圖上為 $\frac{123456}{3000} \approx 41.15$ (2) 地圖上 41.15 公分，則實際上為 $41.15 \times 3000 = 12350$ 公分，則有 6 公分的誤差

§5. 9. 6

在 1:5000 的比例尺地圖中長 18 公分實際: $18 \times 5000 = 90000$ 公分，則在 1:15000 的比例尺上為: $\frac{90000}{15000} = 6$ 公分

§5. 10. 1.5625

則圖上正方體邊長為 50 公分，實際長度: $50 \times 2500 = 125000$ 公分，即 1.25 公里。則實際面積: $1.25 \times 1.25 = 1.5625$ 平方公里

§5. 11. (珍妮和保羅確認他們新房子的比例 1:120 的平面圖，而他們的臥室的大小在紙上是 3.4×4.5 公分，則臥室在現實中的面積有多大?)

實際長: $3.4 \times 120 = 408$ 公分、寬: $4.5 \times 120 = 540$ 公分，則面積: $408 \times 540 = 220320$ 平方公分

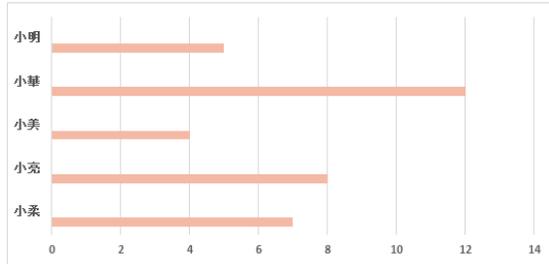
§5. 12. (在地圖上的比例尺是 1 公分: 1.5 英里，請問途中從 A 到 B 兩地實際距離有多遠?) 兩地為 5 公分，則實際距離: $5 \times 1.5 = 7.5$ 英里

第 6 章 統計圖表

a. 長條圖

- 第 135 頁 -

1.



2. (1) 印尼 ; 26 (2) 55

(2) 印尼、泰國及越南: $26 + 6 + 23 = 55$ 萬人

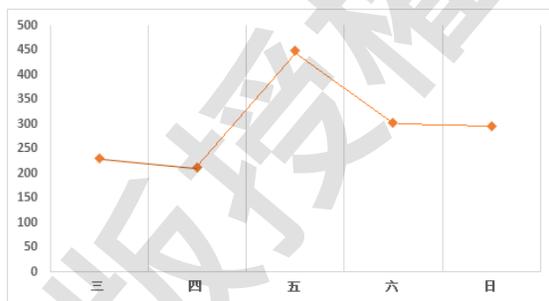
3. (1) 六 ; 一 (2) 1240 (3) 三

4. (1) 四 ; 二 (2) 四 (3) 哥哥

b. 折線圖

- 第 138 頁 -

1.



2. (1) 105 ; 109 (2) 108 ; 43191

(3) 減少

3. (1) 十二 ; 六 (2) 3897 ; 四 (3) 冬

4. (1) 三 ; 十二 (2) 多 ; 少

(3) 三、五、九、十一、十二月

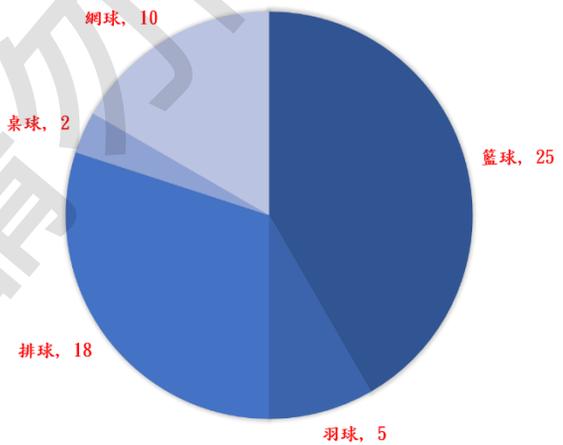
c. 圓形圖

- 第 142 頁 -

1.

社團	籃球	羽球	排球	桌球	網球
人數	25	5	18	2	10
圓心角(度)	150	30	108	12	60

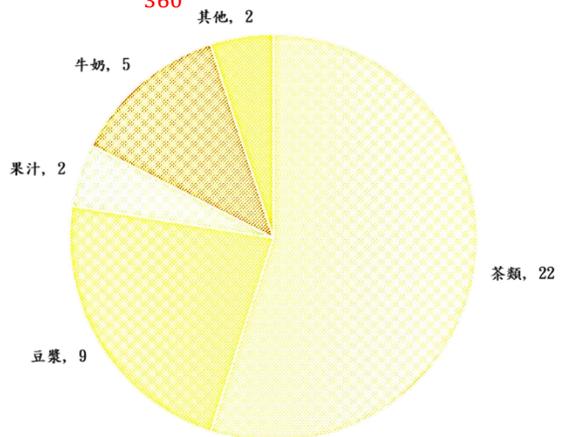
提示: $60 ; \frac{25}{60} ; \frac{25}{60} ; 150$



2.

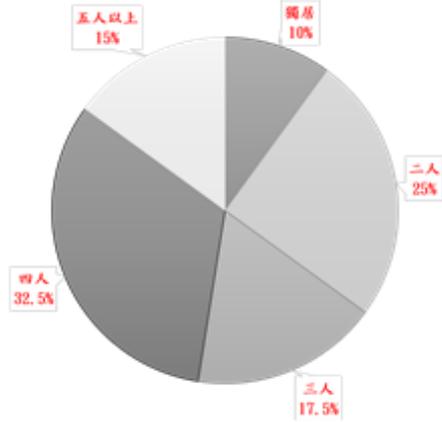
類型	茶類	豆漿	果汁	牛奶	其他
人次	22	9	2	5	2
圓心角(度)	198	81	18	45	18

提示: $\frac{198}{360} ; 22$



3.

類型	數量(戶)	百分比(%)
獨居	20	10
二人	50	25
三人	35	17.5
四人	65	32.5
五人以上	30	15

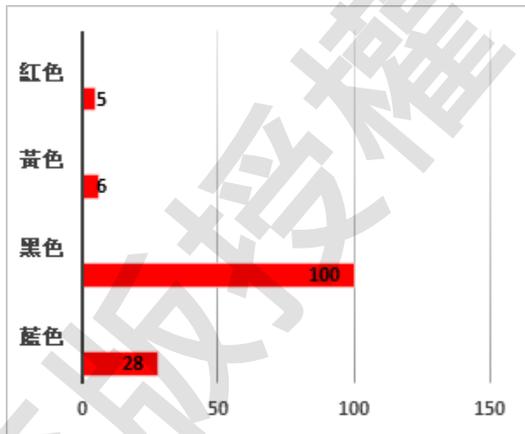


4. (1) 減少 (2) 30 ; 34 (3) 2.23

d. 圖與表的轉換

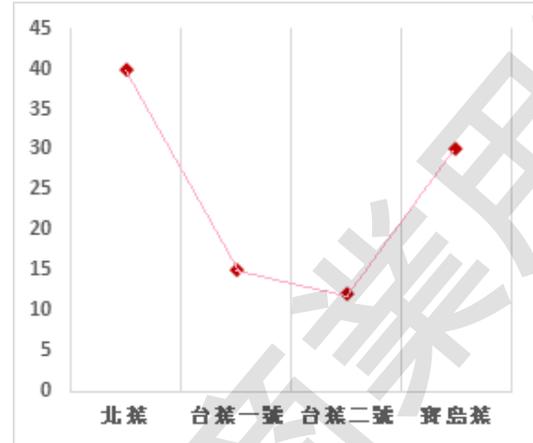
-第 145 頁-

1.



喜愛黑色的人數: $\frac{50}{100} \times 200 = 100$ 人、
紅色: 66 人、黃色: 6 人、藍色: 28 人

2.



3.

種類	豬	雞	鵝	鴨
數量(隻)	200	320	150	50

200 隻以上	雞
100 隻以下	鴨
最接近 180 隻	豬
最接近 265 隻	雞

4.

類型	家庭與親子問題	感情與人際問題	學校與課業問題	經濟問題	其他問題	沒有問題
人次	28	50	56	28	10	28
圓心角(度)	50.4	90	100.8	50.4	18	50.4

e. 圖表還原判讀

-第 147 頁-

1.

類型	0 人	1 人	2 人	3 人	4 人以上
數量(戶)	36	99	96	54	15
百分比(%)	12	33	32	18	5

2.

分數	59 分以下	60-69	70-79	80-89	90-100
人數	6	5	27	10	2
百分比(%)	12	10	54	20	4

3.

種類	滿天星	玫瑰	鬱金香	乾燥花	薔薇
售出(枝)	144	440	80	96	40
百分比(%)	18	55	10	12	5

利用滿天星數據，求出售出總

量： $144 \div \frac{18}{100} = 800$ ，

鬱金香： $800 \times \frac{10}{100} = 80$ 、

乾燥花： $800 \times \frac{12}{100} = 96$ 、

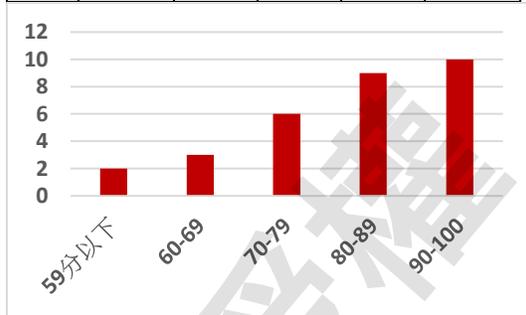
薔薇： $\frac{40}{800} = 5\%$ ，玫瑰：440、占 55%

單元練習

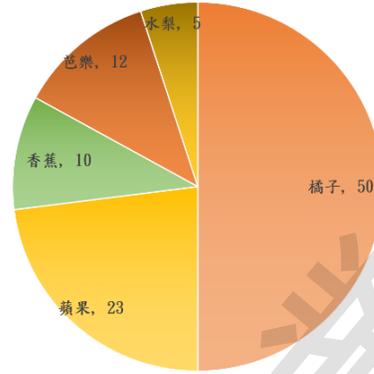
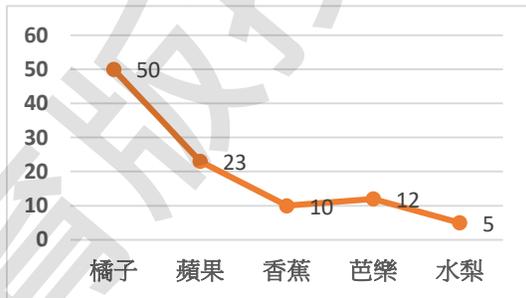
- 第 151 頁 -

§6. 1.

分數	59 分以下	60-69	70-79	80-89	90-100
人數	2	3	6	9	10



§6. 2.



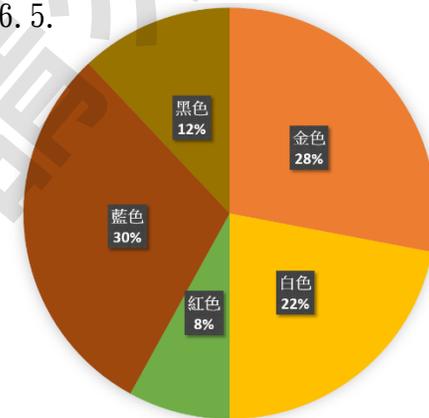
§6. 3. (a) 一、二、三、四、十一、十二

(b) 13.6

§6. 4. (a) 炸雞腿飯；豬排飯；60

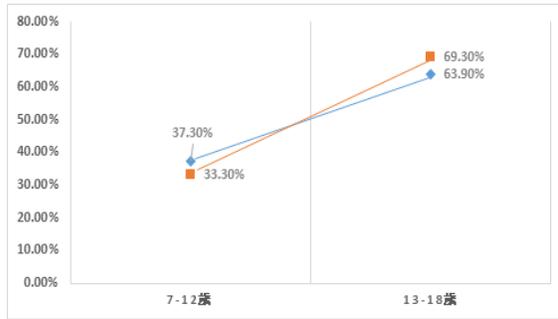
(b) 136

§6. 5.



金色 14 台、白色 11 台、紅色 4 台、藍色 15 台及黑色 6 台，共 50 台。則金色所占比例 28%、白色 22%、紅色 8%、藍色 30%及黑色 12%，所占圓心角金色 100.8° 、白色 79.2° 、紅色 28.8° 、藍色 108° 及黑色 43.2°

§6. 6.



§6. 7. (a) 49.5 (b) 中國地區；東南亞地區；美洲地區；日本；歐洲地區

§6. 8.

	房貸/水電瓦斯費	交通費	手機電話費	三餐	娛樂	小孩教育費	孝親	保險	周轉用金
與全部支出所占比例(%)	33.3%	2.5%	3.3%	25%	4.2%	8.3%	13.3%	1.7%	8.3%

(a) 房貸/水電瓦斯費；三餐；孝親
(b) 36000

§6. 9. (a) 魯醬；37 (b) 菲朶；10

子鈴與安美卉共得 2420 票扣去五夕月 1920 票，即菲朶得票比 500 票還多。又滷醬和五夕月(1920 票)比子鈴與安美卉(2450 票)、菲朶三人相加還多，故推得魯醬應為最高票。

§6. 10.

時間	六(上午)	六(下午)	六(夜間)	日(上午)	日(下午)	日(夜間)
人數	120	245	101	180	270	84
百分比(%)	12	24.5	10.1	18	27	8.4

(a) 日；下午 (b) 少 (c) 晚上

由周六上午完整數據可推出總人次： $120 \div 12\% = 1000$ 人次。推出周日下午：共 270 人，則周六下午人數： $1000 - 120 - 101 - 180 - 270 - 84 = 245$ 人，剩下就可以依序求出

§6. 11. (圖表中是一天的釣魚數量統計，請依照圖表回答下列問題：

- (a) 哪個時間點釣到的魚是最多的？
(b) 從早上六點到八點，釣到魚的數量是呈現增加或是減少的情況？
(c) 早上六點的漁獲多還是早上早上 8 點的漁獲多？)

(a) 4:00 a.m. (b) 減少 (c) 6:00 a.m.

§6. 12. (在奧爾巴尼小鎮中蒐集垃圾後資源回收，圓形圖中是各種分類的統計，請依照圖表中資訊回答下列問題：

Plastic(塑膠類) Glass(玻璃類)
Cardboard and Paper(紙類)
Aluminum and Tin(錫鋁類)
Other(其他類)

(a) 請用分數表示塑膠類占全部回收物的百分比。

(b) 若收了 1500 項回收物中，有多少項是玻璃類？

(c) 其他的類別中，有四分之一是電池，若將電池獨立成一類時，要使用多少百分比表示它？)

(a) Plastic: $\frac{39}{100}$ 、Glass: $\frac{1}{5}$ 、Cardboard and Paper: $\frac{7}{50}$ 、Aluminum and Tin: $\frac{3}{20}$ 、Other: $\frac{3}{25}$

(b) $1500 \times \frac{1}{5} = 300$ 項

(c) $\frac{3}{25} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{100}$ ，電池則占 3%

§6. 13. (下面折線圖是 M 漢堡專賣店一週販售 BBQ 漢堡和培根漢堡的統計圖，請依圖表展示資訊回答下列問題：

BBQ 漢堡售價一個 1.5 美元，培根漢堡售價一個 2 美元。

(a)星期六一天總賣出的漢堡數量是一週賣出的數量的百分之幾？

(b)M 漢堡專賣店一週的營業額是多少？

(c)一週中哪幾天賣出的漢堡數量超過 240 個？

$$(a) \frac{82+128}{1500} = 0.14, 14\%$$

(b) BBQ burger 共售出:752 個、Bacon Burger 共賣了:748 個，則營業額: $752 \times 1.5 + 748 \times 2 = 1128 + 1496 = 2624$ 元

(c)星期日、一、二

第 7 章 怎樣解題

a. 規律：間隔問題、圖形規則

- 第 167 頁 -

1. 738

安裝 2 盞路燈，路共長 18 公尺；安裝 3 盞路燈，路長 $18 \times 2 = 36$ 公尺。則 42 盞燈，共有 41 個區間，路長： $41 \times 18 = 738$ 公尺

2. (1) 30 (2) 35

(1) 若種一棵樹，則會產生兩個區間；二棵樹，則會產生三個區間。則 124 棵樹會有 125 個區間，將 3.75 公里長平均： $\frac{3750}{125} = 30$ ，即每隔 30 公尺種下一棵樹

(2) 40 個盤子共長： $40 \times 15 = 600$ 公分。軌道上擺放二個盤子，則會產生二個區間；軌道上擺放三個盤子，則會產生三個區間，則 40 個盤子共會有 40 個區間，軌道扣除盤子總長後均分 40 個區間： $\frac{2000-600}{40} = 35$ 公分，即兩盤子間空 35 公分

3. 42

(圖一) 有顏色的三角形數量：

$$1 + 2 + 2 + 1$$

(圖二) 有顏色的三角形數量：

$$1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 1$$

(圖三) 有顏色的三角形數量：

$$1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 3 + 2 + 1$$

則(圖五)： $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 42$ 塊

4. (1) 16 (2) 15 ; 1

(1)(圖一)共設置 4 個位子

(圖二)共設置 3 + 3 個位子，將圖垂直一劃：左邊 3 位子、右邊 3 位子

(圖三)共設置 3 + 2 + 3 個位子，左邊 3 位子、中間 2 位子、右邊 3 位子

(圖七)會有 7 張桌子，則椅子需

$$: 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 = 16$$

(2)(圖七)可視為 7 張桌子，每張桌子都可以設置二個位子後，頭尾各多擺一張，即 $2 \times 7 + 2 = 16$ ，當需要有 31 位置時，視為 32 空位進行考慮。32 張椅子扣去前後頭尾後剩下 30 張，30 張椅子共需要 15 張桌子，剩下 1 個空位

b. 列舉：雞兔問題

- 第 170 頁 -

1. 2 ; 4 ; 6 ; 8

2. 10

若 90 分以上同學剛好為 5 位，則這 5 位同學共發出 25 顆糖果，則會剩下奇數顆糖果給剩下的人都拿 2 顆，則不合題意要剛好分完。故得知 90 分

以上同學需要為 6、8、10... 的偶數，故列表推出：當 90 分以上 10 位、

89 分以下 15 位時剛好滿足題意

90 分以上	6	8	10
89 分以下	25	20	15

3. 21

長桌 8 人	20	21	22
短桌 2 人	20	21	22
位子	200	210	220

4. 三

台梗 9 號 (30 斤)	10	5	0
台農 71 號 (25 斤)	4	10	16

c. 速率：流水、追趕

- 第 173 頁 -

1. 7 ; 32 ; 24

爸爸花 $\frac{1000}{100} = 10$ 分鐘到達車站 (7:30)，即 7:35 發車。而媽媽在 7:30 出發後，需花 $\frac{1}{25} = 0.04$ 小時到達車站 (即 $0.04 \times 60 \times 60 = 144$ 秒)，即媽媽在 7 點 32 分 24 秒可在車站趕上

2. (1) 9995 (2) 2.5 ; 30

(1) 兔子全程共需時間： $\frac{60}{12} = 5$ 小時，而烏龜則需： $\frac{6000000}{10} = 600000$ 分鐘 (10000 小時)，則烏龜和兔子一齊出發，兔子可以再等烏龜 9995 小時

(2) 狐狸先跑 30 分鐘共： $10 \times \frac{30}{60} = 5$ 公里，而兔子速率比狐狸快 2 公里/小時，故 5 公里兔子需要花 $\frac{5}{2} = 2.5$ 小時才能追平狐狸，此時共跑了： $12 \times 2.5 = 30$ 公里，離終點還剩下 30 公里

3. (1) 6 (2) 1 ; 40

(1) 逆流船速： $12 - 3 = 9$ ，則 54 公里路程需 $\frac{54}{9} = 6$ 小時

(2) 路程長： $2.5 \times (30 - 6) = 60$ 公里，則返程則需花 $\frac{60}{(30+6)} = \frac{5}{3}$ 小時，即 1 小時 40 分鐘

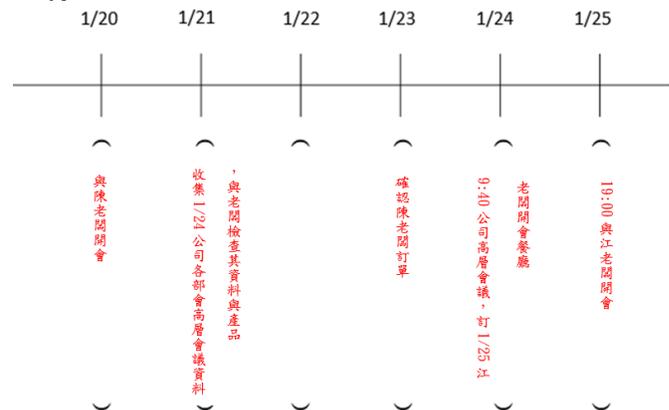
4. 320

貨輪在靜水中速率為： $15 - 3 = 12$ ，路程為 $12 \times 4 = 48$ 公里，在逆流中則需花 $\frac{48}{12-3} = \frac{16}{3}$ ，即 $\frac{16}{3} \times 60 = 320$ 分鐘

d. 數線：年齡

- 第 178 頁 -

1.



2. 125 ; 77 ; 80

可推知現今爸爸歲數加上前 5 年共會是爺爺至今歲數的 $\frac{2}{5}$ ，即爺爺今年的歲數為 $((46 - 1) + 5) \div \frac{2}{5} = 125$ 歲，則認識奶奶 $125 \times \frac{3}{5} + 2 = 77$ 歲，80 歲結婚生子



3. (1) 13 (2) 24

(1) 女兒: $26 \div (3 - 1) = 13$ 、媽媽 39 歲

(2) 兩人相差 35 歲，則姑姑歲數 $35 \div (1 - \frac{7}{12}) = 84$ 、小琪 49 歲，則 24 年後會符合題意

4. 8

5 年前乙是 $\frac{52}{4} = 13$ 歲，則 5 年後的今天甲 57 歲、乙 18 歲，兩人共差 39 歲。則乙 $39 \div (2.5 - 1) = 26$ 歲、甲 65 歲時，(即 8 年後)甲的年齡是乙的 2.5 倍

e. 平均: 平均計算與推理

- 第 182 頁 -

1. (1) 92 (2) 410 ; 72

(1) 平均: $\frac{92+98+88+82+100}{5} = \frac{460}{5} = 92$ 分

(2) <1> 總分: $82 \times 5 = 410$ 分

<2> 社會分數:

$$410 - 3 \times 88 - 74 = 72 \text{分}$$

2. (1) 1.53 ; 155 (2) 61.5

(1) 三次平均: $\frac{1.52+1.53+1.54}{3} = 1.53$ 公尺，第四次: $153.5 \times 4 - 153 \times 3 = 614 - 459 = 155$ 公分

(2) 平均: $\frac{62+48+72+64}{4} = \frac{246}{4} = 61.5$ 分鐘

3. 183 ; 263

禮物 699 元三人均分的話，每個人應出 233 元。阿柚欠阿倫 20 元，則阿柚應出 253 元、阿倫則出 213 元；又阿賓欠阿倫 30 元，則阿賓應出 263 元、阿倫準備 183 元

4. 76.4

五次平均: $\frac{72 \times 2 + 78 \times 2 + 82}{5} = \frac{144 + 156 + 82}{5} = 76.4$ 分

單元練習

- 第 186 頁 -

§7.1. (a) 1.5 ; 9 (b) 9 ; 15

(a) 全長共 9 站，8 個區間，每個區間長 $\frac{12}{8} = 1.5$ 公里，美美在倒數三站下車(即第 7 站)，則離橋頭站有 6 個區間，共 $6 \times 1.5 = 9$ 公里

(b) 每一站共停 2 分 30 秒，清清共需停 6 站，路程共需 15 分鐘，則在 9 點 15 時抵達象山站

§7.2. 28

(圖一)四塊正方形

(圖二)正方形右上方額外多出 3 塊:4 + 3 塊

(圖三)則共有:4 + 3 + 5 塊...

而(圖五):共有4 + 3 + 5 + 7 + 9 = 28 塊

§7.3. (a) 8 (b) 12

(a) 1×120 、 2×60 、 3×40 、 4×30 、 5×24 、 6×20 、 8×15 、 10×12 共 8 種

(b)

長	2	4	6	8
寬	14	12	10	8

§7.4. 25

兩人射箭速率差了 20 公尺/秒，阿良的箭一秒共移動了 50 公尺，則韓師傅的箭 $\frac{50}{20} = 2.5$ 秒後可以追上阿良的箭。即箭飛了 $2.5 \times 70 = 175$ 公尺，離靶還有 25 公尺

§7.5. 32 ; 30

洋流流速 $1 \times \frac{1}{\frac{1000}{3600}}$ 公里/小時(即是 3.6

公里/小時)，則行駛時間: $\frac{1638}{54-3.6} = 32.5$ 小時，即 32 小時又 30 分鐘才能抵達

§7.6. 54

Adan 從美國到今天在台灣共 18 年，占了目前自己 $\frac{1}{3}$ 的人生，故目前他的歲數: $18 \div \frac{1}{3} = 54$ 歲

§7.7. 132

兩烏龜差 44 歲，則烏龜兒子歲數: $44 \div (1 - 1.5) = 88$ 歲、烏龜爸爸 132 歲

§7.8. 2.6

小熊一個星期共工作: $7 \times 8 = 56$ 小時，則平均一小

時: $\frac{21+18+15+19+22+28+24}{56} = 2.625 \approx 2.6$ 張

§7.9. 0.16 ; 0.01

三杯柳橙汁平均: $\frac{1.72+1.57+1.9}{3} = 1.73$ ，

丙杯倒入 $1.9 - 1.73 = 0.17$ 公升給

甲、乙杯，丙杯再倒入 0.01 公升甲杯中、丙杯倒入 0.16 公升入乙杯

§7.10. 72.4 ; 71.9

(1)平均: $\frac{70+82+65+80+65}{5} = 72.4$ 分

(2)加權平均: $\frac{70+82 \times 2+65 \times 4+80 \times 2+65}{(1+2+4+2+1)} \approx$

71.9分

§7.11. (下列圖形是由矩形依照規律所組成，第八張圖時共需要多少塊矩形組成。)

(圖一)3 塊

(圖二)3 + 2塊

(圖三) 3 + 2 + 2塊

則(圖八): $3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 8 + 1 = 17$ 塊

§7.12. (公司的 7 位員工被允許可以攜帶 2 到 3 位嘉賓參加公司的感恩節晚餐，那天 7 位員工與 18 位嘉賓參與了晚餐。假設每位員工至少都帶了 2 位嘉賓，試問有多少員工是帶 2 位嘉賓參加晚餐?)

帶 3 人	0	1	2	3	4
帶 2 人	7	6	5	4	3
總人數	14	15	16	17	18

故有三位員工帶 2 位嘉賓

§7.13. (有艘船在靜水中時速 15 公里，他在逆流中航行 36 公里花了三個小時，請問水流的速率是多少?)

逆流船行駛的速率： $\frac{36}{3} = 12$ 公里/小時，故水流速： $15 - 12 = 3$ km/h

§7.14. (茉莉比吉娜大 21 歲，現在茉莉的年齡是吉娜的四倍，請問吉娜現在幾歲?)

吉娜現在年齡： $21 \div (4 - 1) = 7$ 歲，且茉莉 28 歲

§7.15. (彼得從禮拜一到禮拜三開始閱讀一本新書。他禮拜一讀了 146 頁、禮拜二讀了 205 頁。這三天他平均每天讀了 180 頁的書，禮拜三共讀了多少頁?)

禮拜三讀了： $180 \times 3 - 146 - 205 = 540 - 351 = 189$ 頁

著作權聲明

本書之著作權為呆踎文化有限公司所有，請勿以任何方式將本書之一部分或全部加以重製、改作、編輯、公開上網與其他利用，敬請尊重智慧財產權。本書均依著作權法之規定取得授權，或依法合理使用，倘若有疏落，請所有權人聯絡本公司。

※本書如發現有缺頁、漏印、印製汙損等情形，請來信告知，我們將迅速為您服務。造成讀者不便，本公司誠摯深表歉意。

編著者:呆踎文化有限公司

出版者:呆踎文化有限公司

客服信箱: service@gotry.com.tw

官網/勘誤:www.gotry.com.tw

版本:2022 版 v1



翻印必究，檢舉信箱: service@gotry.com.tw

請勿商業用途

版權授權

清淨心 • 平等心 • 覺悟心